



TITLE:

同定と補償器の統合化設計に関する研究(Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

岡田, 昌史

CITATION:

岡田, 昌史. 同定と補償器の統合化設計に関する研究. 京都大学, 1996, 博士(工学)

ISSUE DATE:

1996-09-24

URL:

<https://doi.org/10.11501/3118700>

RIGHT:

同定と補償器の統合化設計に関する研究

1996 年 6 月

岡田 昌史

同定と補償器の統合化設計に関する研究

1996 年 6 月

岡田 昌史

目次

1	序論	1
1.1	同定と制御	1
1.2	統合化設計に関するこれまでの研究	2
1.2.1	理論的背景	3
1.2.2	従来の研究	4
1.3	部分空間同定法に関するこれまでの研究	4
1.3.1	理論的背景	5
1.3.2	部分空間同定法のアルゴリズム [24]	7
1.3.3	従来の研究	8
1.4	本論文の目的と構成	9
2	実験結果に基づく最適レギュレータの設計法	11
2.1	はじめに	11
2.2	問題設定	12
2.3	設計法	12
2.3.1	設計の基本方針	12
2.3.2	設計手順	13
2.3.3	考察	14
2.4	実験	16
2.4.1	モデル化	16
2.4.2	補償器の設計	18
2.4.3	考察	18
2.5	おわりに	19
3	周波数重みの同定によるロバスト補償器の統合化設計	21
3.1	はじめに	21
3.2	補償器の設計方針	22
3.2.1	設計目的	22
3.2.2	設計方針	22
3.3	補償器の設計法	23
3.3.1	設計手順	23

3.3.2	設計法に対する考察	28
3.4	振動系への応用	28
3.4.1	実験装置の概略	28
3.4.2	補償器の設計	30
3.4.3	考察	31
3.5	おわりに	32
4	閉ループ同定を利用した補償器の繰り返し設計法	33
4.1	はじめに	33
4.2	問題設定	34
4.3	設計法	35
4.3.1	閉ループ系の誤差	35
4.3.2	設計手順	35
4.3.3	設計法に対する考察	39
4.4	実験	41
4.4.1	系のモデル化	41
4.4.2	補償器の設計	42
4.4.3	考察	44
4.5	おわりに	44
5	予測誤差法に基づく閉ループ同定と2自由度補償器の統合化設計	47
5.1	はじめに	47
5.2	問題とその解法	48
5.2.1	問題設定	48
5.2.2	解法の基本方針	48
5.3	同定法	50
5.3.1	予測誤差法	50
5.3.2	$\hat{\Delta}$ の同定	51
5.3.3	考察	56
5.4	数値例	57
5.4.1	補償器の設計	57
5.4.2	従来法との比較	58
5.5	おわりに	59
6	雑音と入力の無相関性を利用した部分空間同定法	61
6.1	はじめに	61
6.2	問題設定	61
6.3	従来法	62
6.3.1	入出力方程式	62
6.3.2	同定法	63

6.4	提案法	63
6.4.1	同定法	64
6.4.2	考察	64
6.5	数値例	66
6.6	おわりに	67
7	既知の極を構造的に取り入れた部分空間同定法	69
7.1	はじめに	69
7.2	問題設定	69
7.3	同定法	70
7.3.1	従来法	71
7.3.2	提案法	71
7.3.3	考察	75
7.4	数値例	75
7.5	おわりに	77
8	公称モデルを用いた部分空間同定法	79
8.1	はじめに	79
8.2	問題設定	80
8.3	従来法	81
8.4	提案法	82
8.4.1	開ループ同定	82
8.4.2	閉ループ同定	85
8.5	数値例	87
8.5.1	開ループ同定	87
8.5.2	閉ループ同定	88
8.6	おわりに	90
9	部分空間同定法と補償器の統合化設計	91
9.1	はじめに	91
9.2	問題設定	91
9.2.1	統合化設計問題	92
9.3	同定法	93
9.3.1	公称モデルを用いた部分空間同定法	93
9.3.2	周波数重みの導入	95
9.3.3	統合化設計における同定問題	96
9.4	統合化設計問題	97
9.5	数値例	98
9.5.1	設定条件	98
9.5.2	結果	99

9.6 おわりに	101
10 実験結果に基づいた部分空間法による補償器の低次元化	103
10.1 はじめに	103
10.2 低次元化問題	103
10.3 低次元化法	105
10.3.1 設計方針	105
10.3.2 設計法	107
10.3.3 考察	109
10.4 数値例	110
10.4.1 制御対象の記述	110
10.4.2 低次元化	110
10.4.3 考察	111
10.5 実験	112
10.6 おわりに	113
11 結言	115

第 1 章

序論

1.1 同定と制御

近年、 H_∞ 制御や μ 解析・設計に代表されるロバスト制御則の発達は目覚ましい [1]。これらの制御則は閉ループ系の制御性能 (外乱に対する感度など) と共に、制御対象の不確かさ・モデル化誤差に対する安定性も評価しておりその有効性は高い。しかし、これらの補償器設計法はモデル依存型であり、制御対象のモデルと同時にモデル化誤差に対する見積もりも必要としており、実際にはこのモデル化誤差を的確に見積もることは難しい。さらに、モデル化誤差に対する安定性と制御性能に対する評価はトレードオフの関係にあるため安定性を重視しモデル化誤差を大きく見積もれば得られる補償器の保守性は強くなり、制御性能は劣化する。逆に小さく見積もれば閉ループ系は安定限界に近づき、小さなモデル化誤差でも、その影響で応答は劣化する。これより、より正確なモデルを得て可能な限りモデル化誤差を小さくし、性能の優れた閉ループ系を構成することが重要であろう。

一方、正確なモデルを得る方法としてシステム同定がある。この方法は実験によって得られたシステムの入出力信号に基づいてモデルを求める方法であり、実際のシステムの応答に基づいているため、運動方程式などによって得られる理論的なモデルよりもシステムの特性を反映した実地的なモデルを得ることが可能となる。しかし、従来の同定法は一般に開ループ系で行われ、開ループ系での評価関数を最小化したモデルが得られる。さらに、この場合入力信号と雑音が無相関であることを利用して真値への収束性に対する考察が行われるため、雑音と入力信号が相関を持つ閉ループ同定にそのまま応用したのでは正しい結果は得られない。これに対し、一般に制御対象は閉ループ系の内部に存在する。そのため、モデルは開ループの意味でモデルを的確に表現しているよりも、閉ループの意味で的確に表現し、同定のための評価関数を最小化するほうがより適切なモデルといえる。これより、閉ループの意味での同定、すなわち閉ループ同定が必要となり、閉ループ同定を行ったほうがより望ましいモデルが得られることも文献 [2] に指摘されている。しかし、閉ループ同定は一般に難しく、補償器設計のためのモデルとシステム同定によって得られるモデルの間には大きな矛盾が存在する。この理由から、性能の高い閉ループ系を構築するためにはシステム同定と補償器設計の統合化を図りこの矛盾を克服することが必要と思われる。

そこで近年、この矛盾に対処する方法として同定と補償器の統合化設計が注目されている。この方法はある評価関数に基づいて補償器設計と閉ループ同定を交互に行うものであるが、閉ループ同定によって得られたモデルに基づいてつぎの補償器が設計されるため、そのモデルは前の閉ループ系に対して良いモデルであり、つぎの閉ループ系では多少の誤差が生じることから、これを補正するため繰り返しが必要となっている。このように、この方法は実験による応答に基づいて制御系を構成するため、実際のシステムに対して望みの仕様を満たす制御系を構成する方法として極めて有力である。統合化設計における最も重要な部分は閉ループ同定問題にある。同定されたモデルはつぎの補償器設計のための道具として用いられるため、雑音の影響や補償器設計のための評価関数を考慮して、どの周波数帯域での正確な同定が必要なのか、同定における周波数重みの選び方が重要であり、実際その果たす役割は大きい。これより、設計仕様に則した同定のための周波数重みを選ぶことが統合化設計の中心的な部分といえる。さらに、上述のように従来の同定法をそのまま閉ループ同定に適用することは難しいので、同定対象の形を変える、参照入力を選択するなどといった工夫により同定精度を向上させることが必要となる。

ところで、従来の同定法は主に予測誤差法が中心に用いられてきたが、近年、新たな同定法として部分空間同定法 (subspace state-space system identification) が提案された。予測誤差法がシステムの伝達関数を同定する方法であったのに対し、部分空間同定法は状態空間表現モデルを直接求める同定法で、多入出力システムにも適用が容易であること、さらに、計算には QR 分解や特異値分解といった数値的に安定な方法を用いるなどの利点も有しており、予測誤差法にかわる有力な同定法として大きな注目を集めている。また、近年のロバスト制御則は状態空間表現で表されたモデルに対して補償器を設計することからも、状態空間モデルを直接同定するほうが補償器設計に則した同定法と思われる。そのため、この方法を統合化設計に用いることにより、より有効な結果が得られることが期待される。しかし、現段階の部分空間同定法は、雑音に敏感であること、同定のための明確な評価関数が存在しないといった問題点を有する。これらの問題点は閉ループ同定、あるいは統合化設計の観点からすると大きな障害となり、このままでは統合化設計法における同定法として用いることは難しい。そこで、これらの問題点を明確化し、対処可能な部分空間同定法を用いて統合化設計問題に用いることができれば、極めて有力な方法となることが期待される。

1.2 統合化設計に関するこれまでの研究

上述のように、同定と補償器の統合化設計問題は実際のシステムに対して望みの制御系を構成する方法として有力であり、従来よりこれに関する報告がいくつかなされている。本節では、まず統合化設計の理論的背景を述べた後に、これに関する従来の研究を展望する。

1.2.1 理論的背景

まず、文献 [3] に従い、統合化設計問題の理論的背景を述べる。いま、ある制御対象 P に対して

$$J_{global} = \|J(P, K)\| \quad (1.1)$$

を最小化する補償器 K を求める問題を考える。ただし、 $\|\cdot\|$ はあるノルムを意味し、 $J(P, K)$ は P と K によって構成される閉ループ系で、これが目的となる制御仕様であり、与えられていることを仮定する。例えば、 H_2 ノルムを評価した混合感度問題ならば、周波数重み W_s 、 W_t を用いて

$$J_{global} = \|J(P, K)\|_2 \quad (1.2)$$

$$J(P, K) = \begin{bmatrix} W_s(I + PK)^{-1} \\ W_tPK(I + PK)^{-1} \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

と書ける。ただし、 $\|\cdot\|_2$ は伝達関数の H_2 ノルムを意味する。また、 P に対してその公称モデル P_{m0} が与えられていることを仮定すると、はじめの補償器 K_0 は

$$K_0 = \arg \min_K J_{control}(P_{m0}, K) \quad (1.4)$$

$$J_{control}(P_m, K) := \|J(P_m, K)\| \quad (1.5)$$

より、 P_{m0} に基づいて設計される。このとき、 K_0 によって達成される閉ループ系 $J(P, K_0)$ による J_{global} は

$$J_{global}(P, K_0) \leq \|J(P_{m0}, K_0)\| + \|J(P, K_0) - J(P_{m0}, K_0)\| \quad (1.6)$$

で表される。ここで、右辺第一項は (1.4) 式より補償器 K_0 によって最小化されており、右辺第二項は P と P_{m0} の誤差によって生じる項である。このため、閉ループ同定問題では第二項を小さくすることを目的とし、つぎのモデル P_{m1} は

$$P_{m1} = \arg \min_{P_m} J_{ident}(P, P_m, K_0) \quad (1.7)$$

$$J_{ident}(P, P_m, K_0) := \|J(P, K_0) - J(P_m, K_0)\| \quad (1.8)$$

より同定される。つぎに、 P_{m1} に基づいて K_1 が設計されるが、このとき P_{m1} は補償器 K_0 に対して J_{ident} を最小化するが、 K_1 に対しては多少の誤差が考えられる。そこで、繰り返すを行うことでこの誤差の補正を行う [4]。

これらをまとめると、統合化設計問題はつぎの手順でまとめられる。

【仮定】

- P の公称モデル P_{m0} が与えられている。
- 目的となる設計仕様 $J(P, K)$ が与えられている。

【設計手順】

【Step 1】(1.4) 式より補償器 K_0 を設計する.

【Step 2】(1.7) 式よりモデル P_{m1} を同定する.

【Step 3】 P_{m0} を P_{m1} に置き換えて, 同様の手順を繰り返す.

1.2.2 従来の研究

上述の考察に基づいた統合化設計に関する最初の研究は文献 [5] に見られる. Zang, Gevers らは H_2 制御問題と予測誤差同定法を用いて, 予測誤差同定法の評価関数が H_2 制御問題の評価関数に対応したものになるような周波数重みを選択している. 予測誤差法は最小 2 乗同定問題であるためシステムの H_2 ノルムに深く関連した同定法となっている. さらに, Zang, Gevers らは文献 [5] の方法に対して閉ループ同定における雑音モデル, モデルの不確かさによる閉ループ系への影響などを考察しており [6][7], Bitmead らはこの方法の有効性を実験によって検証し [8], さらに改良を加えた方法を提案している [9]. これらは全て H_2 制御を基礎とした方法である. 一方, Schrama, Van den Hof らは予測誤差法によって同定されたモデルが H_∞ ノルムの意味でも適切なモデルであることを主張し, H_∞ 制御の評価関数に基づいた統合化設計を提案している [4][10]~[13]. これらの方法では Hansen らによって提案された, 既約分解に基づく閉ループ同定法 [14][15] が用いられており, 閉ループ同定問題が開ループ同定問題に帰着されている. また, 文献 [5] と同様に, H_2 制御のための閉ループ同定問題に関してもフィルタの選択法について考察している [16]. 統合化設計に関する従来の研究は上述のものが中心であるが, この他にも, つぎの補償器設計を前提とした閉ループ同定に関する研究がいくつかなされている [17]~[20]. 中でも B.D.O. Anderson らは [21] 「Windsurfer Approach」の観点から, 制御対象を同定しながら徐々に補償器のゲインを大きくする統合化設計法を適応制御の視点から提案している.

このように, 統合化設計に関する研究はこれまで数多くなされているが, これらの方法では設計手順の収束性が保証されることが指摘されており [3], さらに, J_{global} はシステムを周波数領域で評価したものが多く, 応答に重点をおいた時間領域での評価を行うものは少ない. Gevers らは補償器のパラメータに対する評価関数の変化率から, 設計手順の収束性を考慮しているが [22], この方法では補償器の構造は固定されており, やや不十分な点がある.

1.3 部分空間同定法に関するこれまでの研究

一方, 同定法そのものに関していえば, 従来はパラメトリックな同定法としては予測誤差同定法 [23] が中心であった. この方法はシステムをシフトオペレータを用いた伝達関数の形で表し, 一段先予測誤差の 2 乗平均を最小化するという観点からその分母・分子多項式の係数を求める方法である. これより, 得られるモデルは伝達関数表現のものとなる. 一方, 近年, システムの状態空間モデルを直接求める方法として部分空間同定法が Verhaegen

ら [24]~[26], De Moor ら [27][28] によって提案された. この方法は Ho, Kalman[29] による実現問題に由来しており, システムの入出力信号から構成される, ある行列の部分空間を求め, これに基づいて状態空間モデルの係数行列 (A, B, C, D) を直接求める方法である. 本節では, まず部分空間同定法の理論的背景を述べ, その後, 部分空間同定法に関するこれまでの研究を展望する.

1.3.1 理論的背景

部分空間同定法に関する理論的背景を文献 [30][31] に従い述べる. つぎの m 入力 l 出力, n 次の離散時間状態空間表現で表されるシステムを考える.

$$x[k+1] = Ax[k] + Bu[k] + w[k] \quad (1.9)$$

$$y[k] = Cx[k] + Du[k] + v[k] \quad (1.10)$$

ここで, $x[k] \in \mathbf{R}^n$ は状態ベクトル, $y[k] \in \mathbf{R}^l$ は出力ベクトル, $u[k] \in \mathbf{R}^m$ は入力ベクトルであり, $w[k], v[k]$ は $u[k]$ とは相関を持たない雑音である. このとき実験によって得られる応答 $u[k], y[k]$ から係数行列 (A, B, C, D) を求める問題を考える. まず, つぎの行列を定義する.

$$Y := \begin{bmatrix} y[1] & y[2] & \cdots & y[N] \\ y[2] & y[3] & \cdots & y[N+1] \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y[i] & y[i+1] & \cdots & y[N+i-1] \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

$$X := \begin{bmatrix} x[1] & x[2] & \cdots & x[N] \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

$$\Gamma := \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{i-1} \end{bmatrix}, \quad H := \begin{bmatrix} D & & 0 \\ CB & D & \\ \vdots & \vdots & \ddots \\ CA^{i-2}B & \cdots & \cdots & D \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

Y は出力信号からなるブロックハンケル行列, Γ は拡大可観測行列, H はマルコフパラメータからなる下三角ブロックテプリッツ行列である. また, $i(>n)$ は設計パラメータであり N はデータ数に依存する値である. これらを用いるとつぎの入出力行列方程式が成り立つ.

$$Y = \Gamma X + HU + FW + V \quad (1.14)$$

ただし, W, V, U は Y と同様にそれぞれ $w[k], v[k], u[k]$ より定義される行列であり, F は

$$F := \begin{bmatrix} 0 & & 0 \\ C & 0 & \\ \vdots & \vdots & \ddots \\ CA^{i-2} & CA^{i-3} & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

である。(1.14) 式は Y の行空間が X, U と雑音項 W, V の行空間の線形和で表されることを意味する。つぎに、雑音項が無視できる場合を考える。すなわち、 $\|FW + V\|_F = 0$ を仮定し、(1.14) 式を U と U^\perp に射影することを考える。ここで、 $\|\cdot\|_F$ は行列のフロベニウスノルムを意味し、 U^\perp は $U(U^\perp)^T = 0$, $\text{Im}U + \text{Im}(U^\perp) \in \mathbf{R}^{mi}$ を満たす行列である。ただし、 $\text{Im}A$ は A の Image を意味する。このとき Y の U 成分 Y/U と U^\perp 成分 Y/U^\perp はつぎのようになる。

$$Y/U = \Gamma X/U + H/U \quad (1.16)$$

$$Y/U^\perp = \Gamma X/U^\perp \quad (1.17)$$

ただし、 A/B は A の列空間を B の列空間へ射影したものを表し、

$$A/B = AB^T(BB^T)^{-1}B \quad (1.18)$$

で与えられる。このとき、 Γ, X の定義から

$$\text{rank}\Gamma = n, \quad \text{rank}X/U^\perp = n \quad (1.19)$$

が成り立つので

$$\text{rank}Y/U^\perp = n \quad (1.20)$$

となり、システムの次数 n が定まる。さらに、

$$\bar{R}U^\perp := Y/U^\perp \quad (1.21)$$

となる \bar{R} が存在し、 U^\perp がフルランクであるので (1.20) 式より \bar{R} を特異値分解することで

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} U_o & * \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_o^T \\ * \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

より

$$U_o = \Gamma T \quad (1.23)$$

が成り立つ。ただし、 T はある正則な行列である。これにより Γ の定義から A, C と同値な係数行列 $(A_T, C_T) = (T^{-1}AT, CT)$ が求められる。また、(1.21) 式と同様の考察から

$$\hat{R}U := Y/U \quad (1.24)$$

となる \hat{R} が存在し、

$$U_o^\perp \hat{R} = U_o^\perp H \quad (1.25)$$

の関係より $(B_T, D) = (T^{-1}B, D)$ が同定可能となる。上述のように (1.21), (1.24) 式の \bar{R}, \hat{R} が求まれば係数行列 (A_T, B_T, C_T, D) が同定可能であるが、これらはつぎの Y, U の QR 分解

$$\begin{bmatrix} U \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

より

$$\bar{R} = R_{22}, \quad \hat{R} = R_{21}R_{11}^{-1} \quad (1.27)$$

で与えられる。

1.3.2 部分空間同定法のアルゴリズム [24]

つぎに、部分空間同定法のアルゴリズムを示す。ただし、 $A(i:j,k:l)$ は A の i から j 行、 k から l 列よりなる部分行列、 $A(i:j,:)$ は A の i から j 行よりなる部分行列を意味するものとする。

【Step 1】 Y, U よりつぎのQR分解をおこなう。

$$\begin{bmatrix} U \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} \quad (1.28)$$

このとき、(1.16), (1.17)式の射影は次式で与えられる。

$$Y/U = R_{21}R_{11}^{-1}U \quad (1.29)$$

$$Y/U^\perp = R_{22}Q_2 \quad (1.30)$$

【Step 2】 (1.20)式の関係から、 R_{22} を

$$R_{22} = \begin{bmatrix} U_n & U_n^\perp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & S_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

$$S_1 := \text{diag}\{\sigma_1 \ \sigma_2 \ \cdots \ \sigma_n\} \quad (1.32)$$

$$S_2 := \text{diag}\{\sigma_{n+1} \ \sigma_{n+1} \ \cdots \ \sigma_{i\ell}\} \quad (1.33)$$

と特異値分解し、

$$\sigma_n \gg \sigma_{n+1} \quad (1.34)$$

が成り立てば

$$U_n = \Gamma \quad (1.35)$$

とみなすことができる。これにより

$$C = U_{n(1:\ell,:)} \quad (1.36)$$

$$A = [U_{n(1:(i-1)\ell,:)}]^\dagger U_{n(\ell+1:i\ell,:)} \quad (1.37)$$

より C, A が求められる。

【Step 3】 (1.25)式から

$$(U_n^\perp)^T R_{21} R_{11}^{-1} = (U_n^\perp)^T H \quad (1.38)$$

となるので、

$$\Xi := (U_n^\perp)^T R_{21} R_{11}^{-1} \quad (1.39)$$

とおけば,

$$\begin{bmatrix} \Xi(:, 1:m) \\ \Xi(:, m+1:2m) \\ \vdots \\ \Xi(:, (i-1)m:im) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_n^\perp(1:\ell,:)^T & \cdots & U_n^\perp((i-1)\ell+1:i\ell,:)^T \\ U_n^\perp(\ell+1:2\ell,:)^T & & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ U_n^\perp((i-1)\ell+1:i\ell,:)^T & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_\ell & 0 \\ 0 & U_n(1:(i-1)\ell,:) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \\ B \end{bmatrix} \quad (1.40)$$

の関係より D , B が求められる. ただし, I_ℓ は ℓ 次の単位行列である.

1.3.3 従来の研究

前述のように部分空間同定法は Verhaegen らや De Moor らによって提案され, その後多くの研究がなされてきた. 上述の同定法は設計手順は容易であるものの, 雑音に敏感であることから Verhaegen らは補助変数を用いた部分空間同定法を提案し [26], さらに, 文献 [32] では過去の入出力データを用い, 多段先予測値を求める方法を提案している. この概念は De Moor らの N4SID 法 [28] と基本的には同じであるが, 閉ループ同定では雑音と入力信号が相関を持つので, どちらの方法も正しい結果は得られない. さらに, Verhaegen らは文献 [24] で提案した方法をディスクリプタシステムの同定へ拡張し [33], 文献 [34] では, 部分空間同定法が多入出力システムへの適用が容易であることを利用し, 閉ループ同定へ応用した例を示している. ただし, ここでは伝達関数の極零相殺に関する考察が行われているものの, 雑音と入力信号が相関を持つこと, 入力信号が周波数帯域で偏りを持つことなどの問題点には触れられていない. また, 文献 [32][35]~[38] では雑音項 (確率的な項) の同定について考察が行われており, さらに部分空間同定法に関してはその本質がまだ明らかとなっていないことから, この同定法に関する解析も盛んに行われている [39]~[42]. また, 近年では従来の部分空間同定法を応用・改良した例も報告されている [43]~[45]. 特に文献 [43] では周期的な入力信号を用いて同定を行うことで計算量を減少させることを目的としており, 実用上有効と思われる.

このように, 部分空間同定法は盛んに研究が行われるようになってきているが直接的な雑音の除去, 計算量の減少などを目的とした研究は少ない. また, 例えば機械システムなどでは極の一部 (積分器など) が既知の場合がある. しかし, 従来の部分空間同定法により得られるモデルはその状態変数に物理的意味を持たないため, この情報を用いることは難しい. さらに, 従来の方法では周波数重みを用いることは難しい. De Moor らは文献 [36], [41] において周波数重みを考慮しているが, 一般的な物理システムでは周波数重みの効果は現れにくい.

1.4 本論文の目的と構成

前述の内容をまとめると、従来の統合化設計の特徴は次のようにまとめられる。

1. 閉ループ系の性能は周波数領域で評価されたものが中心である。
2. システム同定の観点からの考察が中心である。
3. 設計手順の収束性は期待できない。
4. 同定と補償器設計が交互に行われるため、アルゴリズムは複雑である。

1,4 に関しては実用的な観点から見ると、時間領域でシステムを評価したほうが実際の応答を評価でき、またアルゴリズムは簡単なほうが望ましい。2 に関しては、近年のロバスト制御則の成果が十分発揮されていないように思われる。3 は大きな問題点であり、これに関しては、ただ制御対象を同定するのではなく同定対象の選択を工夫する、あるいは、ただ評価関数に基づいて補償器を設計するのではなく補償器の構造を工夫するといった根本的な改善策が必要と思われる。

そこで本論文では、まず前半で主に補償器設計の立場にたった統合化設計法を提案する。2 章ではアルゴリズムを容易にするといった観点から最適レギュレータの設計法を提案する。この方法では実験データに基づいて重み行列のみを更新するものであってそのアルゴリズムは明瞭である。3, 4, 5 章では 2 自由度制御系に注目した統合化設計法を提案する。3 章は周波数重みの同定と H_2 制御による統合化設計法であり、ある条件の下では収束性が保証されるように補償器の構造を工夫している。4 章では、 H_∞ 制御の利点を生かし、また同定対象を閉ループ系の誤差とすることで、同定精度の向上を目指し、さらに同定精度にある程度の信頼性がおけるならば収束性が保証されるような合理的手法を与えている。5 章では、2 自由度補償器の構造を考え、同定対象を工夫した方法を提案する。特に、フィードバック・フィードフォワード補償器のための同定を予測誤差問題に帰着させ、周波数重みの選択について考察する。

ところで、2~5 章の方法も含め従来の統合化設計法はスペクトル解析法・予測誤差法といった同定法が中心に用いられており、近年有力視されている部分空間同定法を用いた研究は見られない。部分空間同定法を統合化設計法に用いれば、より有力な方法となることが期待される。しかし、従来の部分空間同定法は

1. 雑音に敏感である。
2. 雑音除去のためにはデータ数を増やすため膨大な計算が必要とされる。
3. 同定のための明確な評価関数が存在しない。

といった問題点があることから閉ループ同定あるいは統合化設計の同定法として用いることは難しい。そこで本論文では、後半で部分空間同定法に関する考察を行う。6 章では、雑音の除去と、扱う行列の大きさを圧縮し計算量を減らすことを目的とした方法を提案する。

また、従来の部分空間同定法によって得られたモデルはその状態変数に物理的意味を持たないため、たとえシステムの極の一部が既知であってもその情報を用いることはできない。そこで7章では、既知の極の情報を構造的にモデルの中に取り入れた方法を提案する。さらに雑音によって同定できなくなったモードを既知の極で代用することにより、より精度の優れたモデルが同定されることを示す。8章では入力信号だけでなく、公称モデルの応答を補助変数として用いた方法を提案する。この方法では、公称モデルの応答は雑音と無相関であることから閉ループ同定への応用も容易であり、さらに同定のための評価関数も明確化されている。すなわち、上述の1~3の問題点を克服した方法といえる。9章では、8章で提案する方法を基礎として部分空間同定法と補償器の統合化設計法を提案する。ここでは特に8章の方法における評価関数とシステムの H_2 ノルムとの対応関係、また、補償器設計を前提としたモデルの同定における周波数重みの選択法を中心に述べる。さらに、部分空間同定法に低次元化の能力が存在することが文献 [25] で指摘されている。そこで、10章では部分空間法の応用として、これを用いた補償器の低次元化法を提案する。この方法では補償器の状態変数のデータが利用可能であることを用いている。また、従来の低次元化法とは異なり、補償器の安定性には依存しない方法となっている。そして最後に11章で本論文のまとめを行う。

以下に本論文で用いる記号を定義する。

$\ \cdot\ _2$: 伝達関数の H_2 ノルム
$\ \cdot\ _\infty$: 伝達関数の H_∞ ノルム
$\ \cdot\ _F$: 行列のフロベニウスノルム
A^\perp	: $(\text{Im} A)^\perp = (\text{Im} A^\perp)$ となるフルランクの行列
$\arg \min_A J(A)$: $J(A)$ を最小化する A

第 2 章

実験結果に基づく最適レギュレータの設計法

2.1 はじめに

これまでに提案されている制御則の多くは、主に制御対象のモデルを用いてある評価関数を最適化する補償器を設計するものであり、これを実機に適用した場合モデル化誤差などの影響によって評価関数の値は大きくなり、閉ループ特性が劣化する場合が少なくない。そこで、実際に制御を行う場合には実験の応答を見ながら、設計者が評価関数(重み関数など)を試行錯誤的に変更し、これを繰り返すといった手順が踏まれる。このことから、この手順を系統的に行う設計法が望まれる。

そこで近年、前述のように、この繰り返しを体系的に行うことを目的とした、補償器と同定の統合化設計が注目されているが、この方法では、補償器の設計と同定が何度も行われるためその手順は複雑なものとなり、また補償器の次数も大きくなる傾向にあるため、補償器の構造を固定し簡単なアルゴリズムによって補償器のパラメータのみを変更するという方法も必要と思われる。

一方、有効な制御則の一つに最適レギュレータによる状態フィードバック制御がある[46]。この方法は設計アルゴリズムが容易であって補償器は定数行列となり、その有効性も広く認められている。しかし、実機に適用するにあたっては他の制御則同様に、試行錯誤的に重み行列を変更し補償器を再設計しているのが現状である。

そこで本章では、最適レギュレータの補償器設計における繰り返し作業を体系的に行う一つの方法を提案する。この方法は実験による応答に基づいて重み行列のみに変更を施し、補償器を再設計する手順を繰り返すことにより閉ループ特性の改善を図るものである。この方法では補償器の構造を、定数行列による状態フィードバックに固定しており、また、モデルの同定を行わないことから設計アルゴリズムも容易なものとなっている。さらに、本章では提案する方法を倒立振子系に適用し、実験によってその有効性を検証する。

2.2 問題設定

本章では、次式によって表される制御対象 P と状態フィードバック則からなる実際の制御系

$$P : \begin{cases} \dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + B_p u_p(t) \\ x_p(0) = x_0 \end{cases} \quad (2.1)$$

$$u_p(t) = -K x_p(t) \quad (2.2)$$

を考える。ここで、 A_p 、 B_p の正確な値は未知であるが、 P の近似モデル P_m が与えられ、実際の制御系と同様に状態フィードバックによって次のような制御系を構成する。

$$P_m : \begin{cases} \dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_m u_m(t) \\ x_m(0) = x_0 \end{cases} \quad (2.3)$$

$$u_m(t) = -K x_m(t) \quad (2.4)$$

また、 x_0 は既知であり $x_p(t)$ は全て観測可能であるとする。このとき、以下の問題を考える。

【問題】 (2.1) 式の制御対象 P に対し、次の評価指標 J_{global}

$$J_{global} := \int_0^{\infty} x_p^T(t) Q_0 x_p(t) + u_p^T(t) R_0 u_p(t) dt \quad (2.5)$$

を最小化する定数状態フィードバック補償器 K を (2.3) 式の P_m に基づいて設計せよ。ただし、 Q_0 、 R_0 は与えられているものとする。

ここでは Q_0 、 R_0 は与えられていることを仮定した。一般に最適レギュレータ問題では、

- (i) モデル P_m において、希望の応答を示すような補償器を得るためには、重み行列 Q_0 、 R_0 をどのように選ぶべきか。
- (ii) 制御対象のモデル化誤差が存在する場合、重み行列 Q_0 、 R_0 をどのように変形すれば、制御性能の劣化を改善できるのか。

という問題がある。ここでは (i) の Q_0 、 R_0 はすでに与えられていることを仮定し、実験と補償器の繰り返しが必要となる (ii) の問題に注目し、これを体系的に行う 1 つの方法を与えることを目的としている。

2.3 設計法

2.3.1 設計の基本方針

2.2 節の【問題】は、もし A_p 、 B_p が既知であるならば最適レギュレータ問題となり、補償器 K は直ちに求めることができる。しかし、ここではこれらが未知であることから次のような設計方針を考える。

【設計方針】 (2.3) 式の P_m に対し、次式の評価指標 $J_{control}$

$$J_{control} := \int_0^\infty x_m^T(t) Q_n x_m(t) + u_m^T(t) R_n u_m(t) dt \quad (2.6)$$

を最小にする補償器 K が同時に (2.5) 式を最小化するような (Q_n, R_n) を求める。

(2.6) 式を最小化する問題は最適レギュレータ問題となり、重み行列 Q_n, R_n によって容易に K を求めることができる。そこで本設計法では実験結果に基づき、実験と補償器設計の繰り返しによって Q_n, R_n を求めることを行う。

2.3.2 設計手順

つぎに、設計手順について述べる。本設計法では以下の手順によって Q_i, R_i (i は繰り返しの回数を表す) を求めていく。なお、以下の設計手順では i 回目の繰り返しについての説明であり、添字 i が繰り返しの回数を表すものとする。また、 $J_{control}, J_{global}$ の構造に対して重み行列及び補償器を陽に表示する場合に $J_{control} = J_{control}(Q_i, R_i, K_i)$, $J_{global} = J_{global}(Q_i, R_i, K_i)$ の表現を用いる。

【Step 1】 モデル A_m, B_m と Q_i, R_i を用いて、

$$K_i = \arg \min_K J_{control}(Q_i, R_i) \quad (2.7)$$

より補償器 K_i を設計する。

【Step 2】 実験及びシミュレーションから得られた応答 $x_{pi}(t), x_{mi}(t), u_{pi}(t), u_{mi}(t)$ をサンプリングタイム T ごとに、横に並べた行列を次式のように定める。ただし、 N はデータ数である。

$$X_{pi} := \begin{bmatrix} x_{pi}(0) & x_{pi}(T) & \cdots & x_{pi}(NT) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$X_{mi} := \begin{bmatrix} x_{mi}(0) & x_{mi}(T) & \cdots & x_{mi}(NT) \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$U_{pi} := \begin{bmatrix} u_{pi}(0) & u_{pi}(T) & \cdots & u_{pi}(NT) \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$U_{mi} := \begin{bmatrix} u_{mi}(0) & u_{mi}(T) & \cdots & u_{mi}(NT) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

【Step 3】 上で定めた $X_{pi}, X_{mi}, U_{pi}, U_{mi}$ より、

$$\Delta_{Q_i} = \arg \min_{\Delta_Q} \left\| Q_0^{\frac{1}{2}} X_{pi} - \Delta_Q Q_i^{\frac{1}{2}} X_{mi} \right\|_F \quad (2.12)$$

$$\Delta_{R_i} = \arg \min_{\Delta_R} \left\| R_0^{\frac{1}{2}} U_{pi} - \Delta_R R_i^{\frac{1}{2}} U_{mi} \right\|_F \quad (2.13)$$

となる $\Delta_{Q_i}, \Delta_{R_i}$ を求める。ただし、 $\Delta_{Q_i}, \Delta_{R_i}$ が正則になることを仮定する。ここで、

$$Q_i^{\frac{T}{2}} Q_i^{\frac{1}{2}} = Q_i, \quad R_i^{\frac{T}{2}} R_i^{\frac{1}{2}} = R_i \quad (2.14)$$

である。

【Step 4】 Q_{i+1}, R_{i+1} を

$$Q_{i+1}^{\frac{1}{2}} := \Delta_{Q_i} Q_i^{\frac{1}{2}}, \quad R_{i+1}^{\frac{1}{2}} := \Delta_{R_i} R_i^{\frac{1}{2}} \quad (2.15)$$

$$Q_{i+1} = Q_{i+1}^{\frac{T}{2}} Q_{i+1}^{\frac{1}{2}}, \quad R_{i+1} = R_{i+1}^{\frac{T}{2}} R_{i+1}^{\frac{1}{2}} \quad (2.16)$$

とする。

【Step 5】 添字 i を $i = i + 1$ とし、Step 1 に戻り同様の手順を繰り返す。

ここでは Step 1 において (2.7) 式によって設計した K_i が P を安定化可能である程度に物理近似モデル P_m が P の特性をよく表現していることを仮定した。また、Step 3 の $\Delta_{Q_i}, \Delta_{R_i}$ は

$$\Delta_{Q_i} = Q_0^{\frac{1}{2}} X_{pi} [Q_i^{\frac{1}{2}} X_{mi}]^{\dagger} \quad (2.17)$$

$$\Delta_{R_i} = R_0^{\frac{1}{2}} U_{pi} [R_i^{\frac{1}{2}} U_{mi}]^{\dagger} \quad (2.18)$$

によって計算される。ここで、 $[\cdot]^{\dagger}$ は Moore-Penrose 型の一般化逆行列を表す。

2.3.3 考察

(A) まず、Step 3 における $\Delta_{Q_i}, \Delta_{R_i}$ の意味について述べる。今 i 回目の繰り返しにより得られた補償器 K_i による閉ループ系を考える。このとき、モデル及び実際の制御対象は

$$P : \dot{x}_{pi}(t) = (A_p - B_p K_i) x_{pi}(t) \quad (2.19)$$

$$P_m : \dot{x}_{mi}(t) = (A_m - B_m K_i) x_{mi}(t) \quad (2.20)$$

$$x_p(0) = x_m(0) = x_0 \quad (2.21)$$

と表せる。また、最適レギュレータ問題は

$$J_{control} = \left\| \begin{array}{c} Q_i^{\frac{1}{2}} \{sI - (A_m - B_m K_i)\}^{-1} x_0 \\ R_i^{\frac{1}{2}} K_i \{sI - (A_m - B_m K_i)\}^{-1} x_0 \end{array} \right\|_2 \quad (2.22)$$

を最小化する補償器を設計するのと等価である。このとき (2.12) 式は、 $N \rightarrow \infty$ とすることで

$$\left\| Q_0^{\frac{1}{2}} \{sI - (A_p - B_p K_i)\}^{-1} x_0 - \Delta_{Q_i} Q_i^{\frac{1}{2}} \{sI - (A_m - B_m K_i)\}^{-1} x_0 \right\|_2 \quad (2.23)$$

を最小化する Δ_{Q_i} を求めていることに相当する。すなわち、 Δ_{Q_i} はモデルによって構成される閉ループ系の伝達関数 G_m と実際の閉ループ系の伝達関数 G_p の間の関係を、初期値 x_0 に関して

$$G_p \simeq \Delta_{Q_i} G_m \quad (2.24)$$

と定数行列で近似したものとなる。 Δ_{R_i} についても同様である。

(B) 次に、本設計法の統合化設計としての意味について考察する。(2.17), (2.18) 式より、 $Q_0^{\frac{1}{2}}X_{pi}$ と $\Delta_{Q_i}Q_i^{\frac{1}{2}}X_{mi}$, $R_0^{\frac{1}{2}}U_{pi}$ と $\Delta_{R_i}R_i^{\frac{1}{2}}U_{mi}$ の間には

$$\Xi_i \left[Q_i^{\frac{1}{2}}X_{mi} \right]^{\dagger} = 0, \quad \Lambda_i \left[R_i^{\frac{1}{2}}U_{mi} \right]^{\dagger} = 0 \quad (2.25)$$

$$\Xi_i := Q_0^{\frac{1}{2}}X_{pi} - \Delta_{Q_i}Q_i^{\frac{1}{2}}X_{mi}, \quad \Lambda_i := R_0^{\frac{1}{2}}U_{pi} - \Delta_{R_i}R_i^{\frac{1}{2}}U_{mi} \quad (2.26)$$

の関係がある。また、 $Q_i^{\frac{1}{2}}, R_i^{\frac{1}{2}}$ が正則であることを仮定すると、(2.25) 式より Ξ_i, Λ_i は次式を満たす。

$$\Xi_i X_{mi}^T = 0, \quad \Lambda_i U_{mi}^T = 0 \quad (2.27)$$

ここで、 J_{global} の積分要素をサンプリングタイム T で一次近似すると

$$\begin{aligned} J_{global}(K_i) &= \int_0^{\infty} x_{pi}^T(t) Q_0 x_{pi}(t) + u_{pi}^T(t) R_0 u_{pi}(t) dt \\ &\simeq T \cdot \text{Tr} \left(X_{pi}^T Q_0 X_{pi} \right) + T \cdot \text{Tr} \left(U_{pi}^T R_0 U_{pi} \right) =: \hat{J}_{control}(Q_{i+1}, R_{i+1}, K_i) + J_k + J_d \end{aligned} \quad (2.28)$$

$$\hat{J}_{control}(Q_{i+1}, R_{i+1}, K_i) := T \cdot \text{Tr}(X_{mi}^T Q_{i+1} X_{mi}) + T \cdot \text{Tr}(U_{mi}^T R_{i+1} U_{mi}) \quad (2.29)$$

$$J_k := T \cdot \text{Tr}(\Xi_i^T \Xi_i) + T \cdot \text{Tr}(\Lambda_i^T \Lambda_i) \quad (2.30)$$

$$J_d := T \cdot \text{Tr}(\Xi_i^T \Delta_{Q_i} Q_i^{\frac{1}{2}} X_{mi} + X_{mi}^T Q_i^{\frac{T}{2}} \Delta_{Q_i}^T \Xi_i) + T \cdot \text{Tr}(\Lambda_i^T \Delta_{R_i} R_i^{\frac{1}{2}} U_{mi} + U_{mi}^T R_i^{\frac{T}{2}} \Delta_{R_i}^T \Lambda_i) \quad (2.31)$$

となる。ここで、初等的な関係

$$\text{Tr}(AB) = \text{Tr}(BA) \quad (2.32)$$

を用いると

$$J_d = 0 \quad (2.33)$$

となり、(2.28) 式は

$$J_{global}(K_i) \simeq \hat{J}_{control}(Q_{i+1}, R_{i+1}, K_i) + J_k \quad (2.34)$$

となる。ただし、 $\text{Tr}[\cdot]$ は trace を意味する。ここで、(2.12), (2.13) 式から J_k は $\Delta_{Q_i}, \Delta_{R_i}$ によって最小化されており、 $\hat{J}_{control}(Q_{i+1}, R_{i+1}, K_i) \simeq J_{control}(Q_{i+1}, R_{i+1}, K_i)$ は次の補償器によって最小化される部分となる。この考察から、本設計法は i 回目に得られた評価指標 $J_{global}(K_i)$ を二つの要素 $\hat{J}_{control}(Q_{i+1}, R_{i+1}, K_i)$ と J_k に分解し、 $\Delta_{Q_i}, \Delta_{R_i}$ の同定によって後者を、 $(i+1)$ 回目の補償器によって前者を最小化しこれを繰り返す方法であるといえる。

(C) 次に、本設計法では設計手順の収束性を保証することは困難であるが、数多くの数値例により収束の可能性が極めて高いことから、 i 回目の繰り返しで収束したことを仮定し、収束先がどのようなものとなるのかを考察する。なお、補償器が更新されなくなることをもって収束という表現を用いる。本設計法が収束したときは、

$$\Delta_{Q_i}^T \Delta_{Q_i} = I, \quad \Delta_{R_i}^T \Delta_{R_i} = I \quad (2.35)$$

の関係が成り立つ。よって、(2.34) 式は

$$J_{global}(K_i) \simeq \hat{J}_{control}(Q_i, R_i, K_i) + J_k \quad (2.36)$$

となり、 J_k は $\Delta_{Q_i}, \Delta_{R_i}$ の同定によって最小化されており、 $\hat{J}_{control}(Q_i, R_i, K_i)$ はすでに補償器 K_i によって最小化されている。すなわち、 $J_{global}(K_i)$ は二つの要素に分解され、それぞれが同定、補償器設計によって最小化されていることが理解できる。また、 J_k は(2.12), (2.13)式の Δ_Q, Δ_R を定数行列で近似することの限界の値と考えられる。しかし、実際には J_{global} の値は最小化されにくい。これは $\Delta_{Q_i}, \Delta_{R_i}$ の同定において K_{i+1} を用いずに K_i を用いていること、補償器は常に固定されたモデル P_m に基づいて設計されていることにありと考えられる。これにより本設計法は2.2節の問題の近似解であるといえる。

(D) また、最適レギュレータを実際に用いる場合には、意味の明確さと設計パラメータの減少を目的として重み行列には対角行列が用いられる場合が多い。しかし、本設計法ではこれ以外の要素も利用しているため、よりよい性能を持った補償器が設計されることが期待できる。

2.4 実験

次に、本設計法を倒立振り子系に適用し、実験を行うことで有効性を検証する。

2.4.1 モデル化

本章ではFig.2.1に示されるような回転型の倒立振り子を制御対象とする。このシステムに対し、入力をモータの出力するトルクとして運動方程式を求め、振り子及びアームの回転角とその速度を十分小さいものとして平衡点まわりで線形近似することで得られる物理モデルは次式のようになる。

$$P_m : \dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_m u_m(t) \quad (2.37)$$

$$A_m = E^{-1}M, \quad B_m = E^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (2.38)$$

$$x_m = \begin{bmatrix} \theta & \dot{\theta} & \phi & \dot{\phi} \end{bmatrix}^T \quad (2.39)$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ml^2 + I & 0 & mLl \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & mLl & 0 & mL^2 + J \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ mgl & -D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -D_m \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

ただし、パラメータは以下のように定めた。

θ : 振り子の回転角	ϕ : アームの回転角	m : 振り子の質量
l : 振り子の重心高さ	D : 振り子の粘性摩擦	L : アームの長さ
D_m : モータの粘性摩擦	g : 重力加速度	u_m : モータのトルク
I : 振り子の慣性モーメント	J : アームの慣性モーメント	

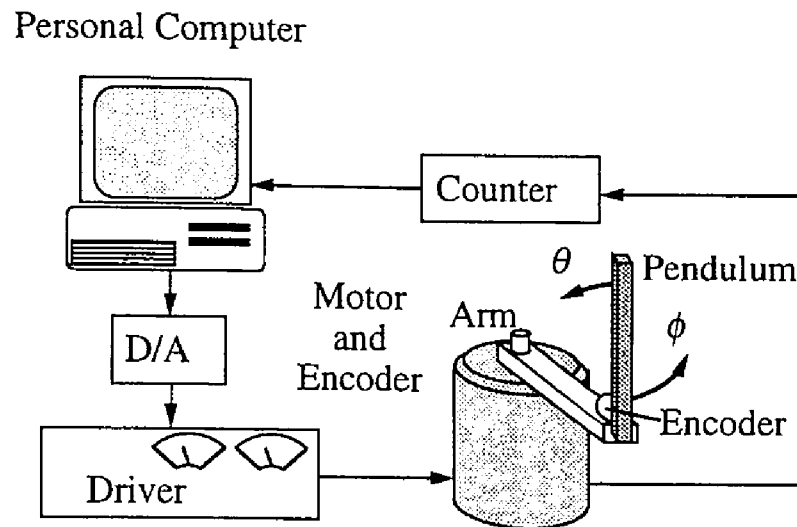


Fig. 2.1: Inverted pendulum system

(2.37) 式の導出, パラメータの同定に関しては文献 [47] に詳しい. (2.37)~(2.40) 式よりこのシステムは 1 入力で 4 次のシステムであることがわかる.

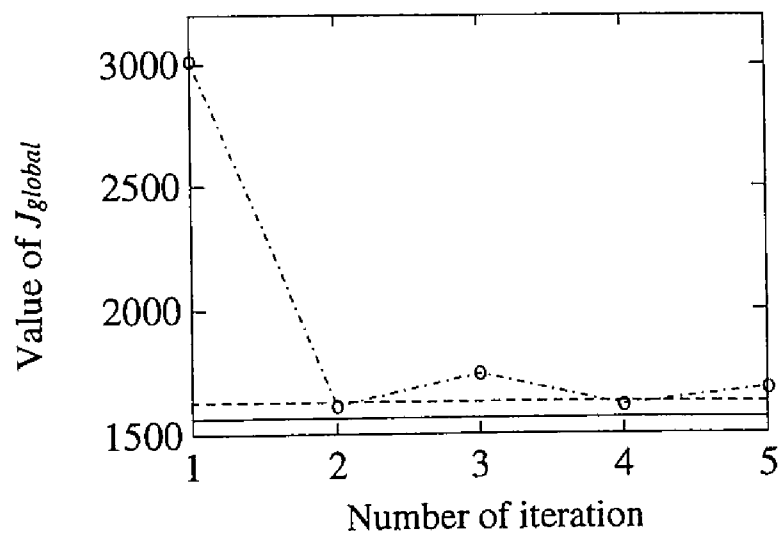


Fig. 2.2: The value of $J_{global}(Q, R, P, K_i)$

2.4.2 補償器の設計

次に、このシステムに本設計法を適用する。(2.37) 式のシステムをモデルとして、何度かの線形シミュレーションにより、 Q_0, R_0 を次式のように定めた。

$$Q_0 = \text{diag}[1000, 1, 1000, 1], \quad R_0 = 1 \quad (2.41)$$

ただし、このシステムは1入力系であり ΔR_i はスカラとなるため、2.3.3 節考察 (A) で述べたような伝達関数の近似を行うのは困難であると考え

$$R_i = R_0 = 1$$

と、 R については固定した値を用いた。また、実際の倒立振子システムにはモデル化誤差を陽に持たせるために根本から 0.476 (m) のところに質量 0.09 (kg) の重りを取り付けた。これにより、本来の振子の長さは 0.485 (m)、質量は 0.135 (kg) であった (ケース (a) とする) のに対し、重りにより長さ 0.573 (m)、質量 0.225 (kg) のものに相当する (ケース (b) とする)。実験はサンプリングタイム 1 (msec) で 3 (sec) 間行い、データは 3 (msec) ごとに 1000 個集めた。また、速度信号は位置信号の差分を用いたが、

$$\frac{100^2}{(s + 100)^2} \quad (2.42)$$

のフィルタを施し、ノイズの影響を抑えた。また初期値は

$$x_0 = \begin{bmatrix} 0^\circ & 0^\circ & 90^\circ & 0^\circ \end{bmatrix}^T \quad (2.43)$$

とした。

モデルをケース (a) とし、制御対象をケース (b) として、本設計法を 5 回繰り返したときの $J_{global}(K_i)$ の推移を Fig.2.2 に、また、はじめの補償器 K_1 と 5 回目の補償器 K_5 を用いた場合の応答 (振子とアームの回転角のみ) を Fig.2.3 に示す。なお、Fig.2.2 における実線はモデルをケース (b) としたときの $J_{global}(Q_0, R_0, K)$ の最小値であり、点線はモデル、制御対象共にケース (b) としたときの J_{global} の値 (実験値) である。この二つが非常に近い値であることからこのモデルは実際の制御対象を良く近似しており、真の評価値のほぼ最小値を与えていると考えられる。

2.4.3 考察

この実験結果では J_{global} の値はほぼ最小値まで減少し、その後は微小な変化になっているのがわかる。このことから、最小化された後は補償器はほとんど更新されなくなっていると考えられ、2.3.3 (C) で考察した収束性がうかがえる。なお、本文中では省略するが、2 慣性共振系においても幾つかの数値シミュレーション及び実験を行ったところ、 J_{global} はある値までは減少し、その後は収束するという結果を得ている。収束するまでの繰り返し回数については、本章における実験例では 1 回でほぼ収束しているが、他の適用例の中に

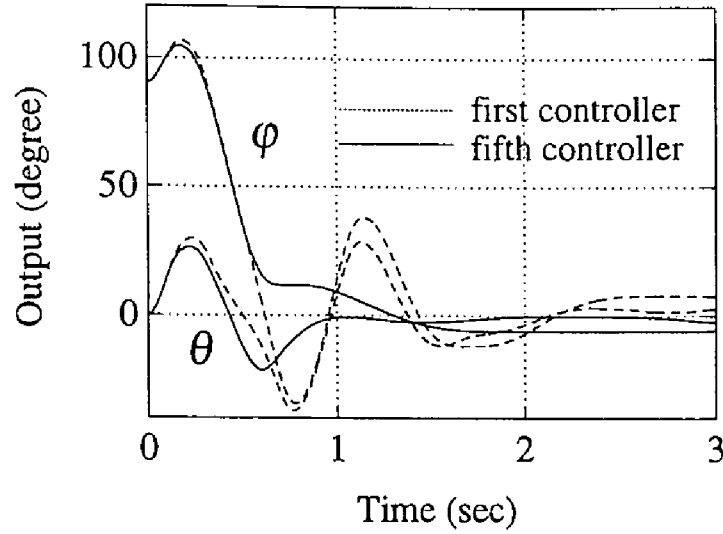


Fig. 2.3: Responses for initial condition

は数回の繰り返しを要するものもあり、一般には繰り返しが必要であると思われる。また、制御対象の選び方(重りの位置の変更)によっては $J_{global}(K_i)$ の値が減少しない場合もあった。この場合について調べた結果、主にはじめの補償器によって

$$J_{global}(K_0) < J_{control}(K_0) \quad (2.44)$$

が成り立っており、 $J_{global}(K_i)$ が繰り返しと共に微小に増加する傾向にあった。このような場合にはモデルを同定し直すなどといったことが必要と考えられる。

2.5 おわりに

本章では、同定と補償器の統合化設計の観点から、補償器の構造を固定し、設計アルゴリズムを簡単にすることを目的として、実験結果を利用した最適レギュレータの設計法を提案し、この設計法に対して考察を加えた。また、この設計法を倒立振り子系に適用し実験によってその有効性を検証した。

第 3 章

周波数重みの同定によるロバスト補償器の統合化設計

3.1 はじめに

前章では、実験データを用いて重み行列を効果的に更新する、最適レギュレータの設計法を提案した。しかし、この方法は状態フィードバックであるため状態が全て観測可能でない場合には適用ができない。さらに、重み行列は定数行列であるため、制御性能にはある程度の限界が生じてしまう。一方、重み行列に周波数関数を用いる方法にロバスト制御則がある。この方法は、ロバスト安定化と低感度化に対する評価を周波数領域で行うが、これらの間にはトレードオフの関係があるため [1]、これらの特性を決定する評価関数 (周波数重みなど) の選定が重要な問題となる。そこで、モデル化誤差をいかに小さくし低感度化を図るかが制御系設計上の重要な鍵となる。ところが、モデル化誤差を正しく見積もることは難しい。そこで、例えば H_∞ 制御則などの手法により制御系の設計を行う場合には、設計者が実験の応答を見ながら評価関数を変更し、再び補償器を設計する繰り返しが必要となるが、その場合いかに変更を施すかという点において、試行錯誤的な要素が大きく含まれる。このため、これらの評価関数の変更を自動的に行える設計法が望まれる。

そこで本章では、収束性を考慮に入れ従来の統合化設計法とはやや異なる観点から、主に補償器設計の立場に重点をおき、実験と補償器再設計の反復により、閉ループ特性の改善を図る一つの方法を提案する。提案手法では、従来のように制御対象のモデルを更新するのではなく、閉ループ系の応答誤差を減少させるように補償器を順次付加することにより、一定の条件のもとで収束性を保証するものである。なお、本章では簡単のため 1 入力 1 出力系を考察の対象とする。

3.2 補償器の設計方針

3.2.1 設計目的

本章では，実験を行うにあたっては実験やデータ解析の容易性などから目標値 r を参照入力とし，プラント P の目標値応答 y_p の特性に注目する．この応答が設計者の定めた希望モデル G_m の応答と同じ特性を持つように補償器 K を設計することで，閉ループ特性の改善を目指す．そこで，Fig.3.1に示されるような閉ループ系 $G_p(P, K)$ に対して，

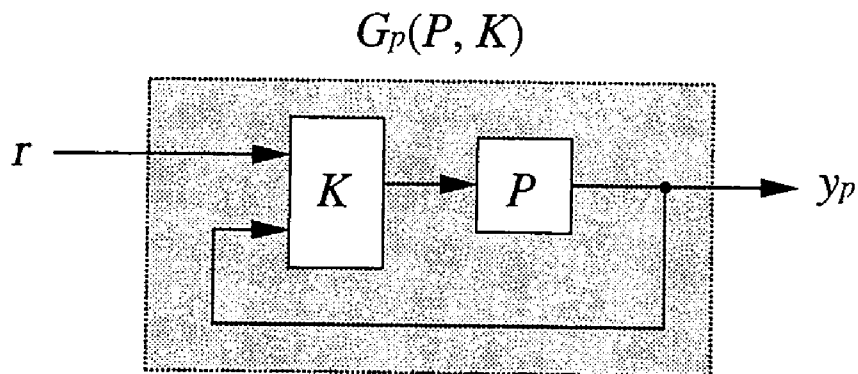


Fig. 3.1: Closed loop system

$$J_{global} = \|G_m - G_p(P, K)\|_2 \quad (3.1)$$

となる評価指標を定め，反復によってこれを最小にするような補償器 K の設計を行う．ここで， H_2 ノルムに注目しているのは， G_m と G_p の応答を考察の対象としていることによる．また，目標値としてはステップ目標値を考える．これにより応答の時間微分値をとることによりインパルス応答が実現でき，その解析が容易になる．

3.2.2 設計方針

本章では収束性を考慮に入れ，モデルと補償器の両方が更新されることを避ける．また，制御対象を閉ループ系で扱い，モデルと実際の応答の差を閉ループ系の誤差として取り出し，これを打ち消す補償器を付け加えることで収束性を保つことを考える．なお，一定の条件の下で収束性が保証されるように補償器の構造を工夫したがそのことについては後述する．まず，いくつかの仮定を設けておく．

- 【仮定 1】 目標となる閉ループ系 G_m が与えられている.
- 【仮定 2】 プラント P を安定化する補償器 K_0 が与えられている.
- 【仮定 3】 プラント P 及びそのモデル P_m は不安定零点を有しない.
- 【仮定 4】 P の相対次数は既知である.
- 【仮定 5】 $\lim_{s \rightarrow 0} \{G_m(s) - G_p(s)\} = 0$ が成り立つ.

この仮定の下で以下の方針によって補償器を設計する.

- (i) 実験を行う (目標値応答を調べる).
- (ii) 実験結果から閉ループ系 G_m と G_p の誤差 Δ を同定する.
- (iii) 誤差 Δ を考慮にいれて, (3.1) 式の指標を小さくする補償器を閉ループ系に付け加える.
- (iv) (ii) に戻り同様の手順を繰り返す.

ここで, 仮定 3,4 は (ii) の同定で FFT によるスペクトル解析法を用いることから設けた仮定である. また, 仮定 5 は目標値応答に位置偏差が生じることで正しい結果が得られなくなることを避けるための仮定であって, K_0 に積分特性を持たせ, なおかつ $\lim_{s \rightarrow 0} G_m(s) = 1$ と選ぶことで満たすことができる. (iii) については補償器の設計において同定された Δ には誤差が含まれることを考慮に入れ, また外乱に対してもその影響が速やかに除去されるように, ロバスト制御の観点から補償器の設計を行うがそのことについては後述する.

3.3 補償器の設計法

本節では, まず提案する設計手順を示した後, 収束性についての考察を行う.

3.3.1 設計手順

前節の仮定により目標となる閉ループ系 G_m が与えられており, プラント P を安定化する補償器 K_0 が与えられているとする. なお, K_0 は 2 自由度系によるモデルマッチング [48] によって公称値で $G_p(P_m, K_0) = G_m$ となるように設計したものである. この結果, 補償器 K_0 の入力 y_p と, 目標値 r が存在するため

$$K_0 = \left[\frac{G_m}{P_m} + \hat{K}_0 G_m \quad -\hat{K}_0 \right] =: \left[K_{01} \quad -K_{02} \right] \quad (3.2)$$

とすると,

$$G_{p0}(P, K_0) = \frac{PK_{01}}{1 + PK_{02}} \quad (3.3)$$

となる。なお、 \hat{K}_0 は P 、 P_m の両方を内部安定化する補償器であり、 K_0 への入力は $[r \ y_p]^T$ とした。

次に補償器の設計手順を示す。なお、以下では i 回目の反復によって設計された補償器 K_i とプラント P によって構成される閉ループ系に $G_{pi}(P, K_i)$ の記号を用いる。

【Step 1】 実験結果より G_m と G_{p0} の乗法的誤差 Δ を同定する。実験結果からスペクトル解析法[49]を用いて次式のような G_m に対する G_{p0} の乗法的誤差 Δ を同定する。

$$G_{p0} = (1 + \Delta)G_m \quad (3.4)$$

G_m, G_{p0} のステップ応答を y_m, y_{p0} とし、その時間微分値をそれぞれ \dot{y}_m, \dot{y}_{p0} とすると、

$$\dot{y}_{p0} - \dot{y}_m = \Delta \dot{y}_m \quad (3.5)$$

の関係が成り立つことから $(\dot{y}_{p0} - \dot{y}_m)$ 、 \dot{y}_m の相互相関関数を ϕ_{uy} 、 \dot{y}_m の自己相関関数を ϕ_{uu} としそれぞれにフーリエ変換を施したものを Φ_{uy} 、 Φ_{uu} とすると

$$\frac{\Phi_{uy}(\omega)}{\Phi_{uu}(\omega)} \quad (3.6)$$

が求める誤差となる。しかし、時系列データから求めた(3.6)式は誤差が含まれるため、 Δ は(3.6)式を上から覆うプロパーな関数で定める。

【Step 2】 閉ループ系 G_{p0} を G_m に近づける補償器 K'_1 を設計する。 G_{p0} を G_m に近づけるためにはFig.3.2のような閉ループ系を考える。これにより閉ループ系における目標値 r とプラントの入力端に入る外乱 w_i 、出力端に入る外乱 w_o から y_{p0} 、 y_m への伝達関数は、

$$y_m = \frac{G_m(1 + 2G_{p0}K'_1)}{1 + (G_m + G_{p0})K'_1}r + \frac{G_mK'_1}{1 + (G_m + G_{p0})K'_1} \cdot \frac{Pw_i + w_o}{1 + PK_{02}} \quad (3.7)$$

$$y_{p0} = \frac{G_{p0}(1 + 2G_mK'_1)}{1 + (G_m + G_{p0})K'_1}r + \frac{1 + G_mK'_1}{1 + (G_m + G_{p0})K'_1} \cdot \frac{Pw_i + w_o}{1 + PK_{02}} \quad (3.8)$$

となり $K'_1 \rightarrow \infty$ とすることで

$$\begin{aligned} y_m = y_{p0} &= \frac{2G_mPK_{02}r + G_mPw_i + G_mw_o}{G_m(1 + PK_{02}) + PK_{01}} \\ &= \frac{2G_{p0}G_m}{G_m + G_{p0}}r + \frac{G_m}{G_m + G_{p0}} \cdot \frac{Pw_i + w_o}{1 + PK_{02}} \end{aligned} \quad (3.9)$$

となる。このように r に対して y_{p0} 、 y_m は両者の中間的な応答となり、 w_i 、 w_o の影響は単純に $G_m \approx G_{p0}$ と考えて約1/2に軽減される。ここで、 G_m と G_{p0} に対して K'_1 の出力が正負逆転して入力されているがこれは G_m に G_{p0} のオブザーバ的役割を果たさせると同時に G_{p0} に G_m のオブザーバ的役割を果たさせるという考えによるものである。具体的に言えば、もし y_{p0} が y_m より正の方向に大きな値をとったとすれば K'_1 は y_{p0} を負の方向に移動させる入

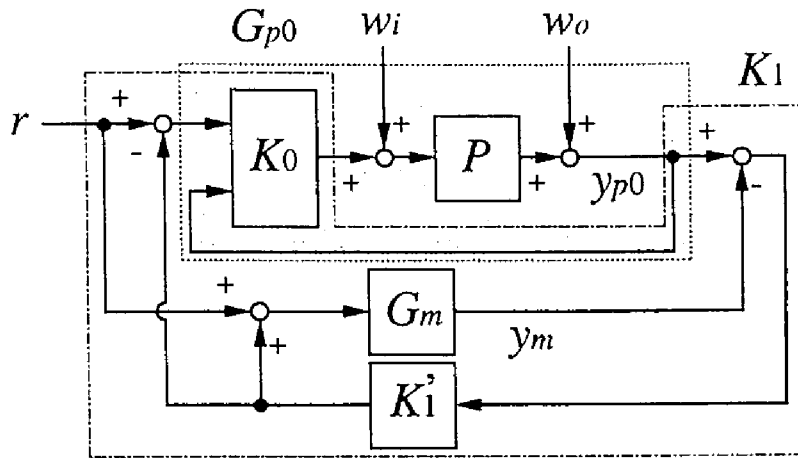


Fig. 3.2: Closed loop system for improvement of G_{p0}

力をもたらし、それと同時に y_m は正の方向に移動する。結果として、 $y_{p0} = y_m$ となりしかも両者の中間的な値に落ち着くことが期待できる。なお、Fig.3.2の K'_1 は補償器 K'_1 を用いた場合の実際の補償器を表している。

ところが、実際には Δ の影響により K'_1 のゲインを大きくすることは安定性の面からあまり望ましくない。そこで、 K'_1 は Fig.3.3の一般化制御対象から設計する。この一般化制御対象は w から z_1 までの伝達関数のノルムを小さくすることによって (3.4) 式で表される乗法的誤差 Δ に対するロバスト安定性を評価しており、 w から z_2 までの伝達関数のノルムを小さくすることにより (3.1) 式の評価指標を減少させることを目指している。つまり、 G_m と G_{p0} の誤差が現れたときに、 K'_1 によってそれを打ち消すことを目的としている。このことから、 w から z_2 までの伝達関数は H_2 ノルムで評価し w から z_1 までの伝達関数は H_∞ ノルムで評価するのが最適であろうが、そのような補償器を求めることは現状では困難であるため、ここでは前者を重要視して H_2 ノルムで評価を行う。また、ここで用いている Φ は G_m と G_{p0} の誤差が現れる帯域に大きな重みがつくように定めた周波数重みであり、 $(\dot{y}_{p0} - \dot{y}_m)$ の自己相関関数 ϕ_{yy} にフーリエ変換を施した関数 Φ_{yy} を用いて、

$$\Phi = \Phi_{yy} \quad (3.10)$$

とする。また、 W_1 は補償器の保守性を緩和するためのスケーリング行列、 W_2 は z_1 と z_2 への重み、 W_3 は H_2 制御則の標準的仮定 [50] を満たすための定数行列である。

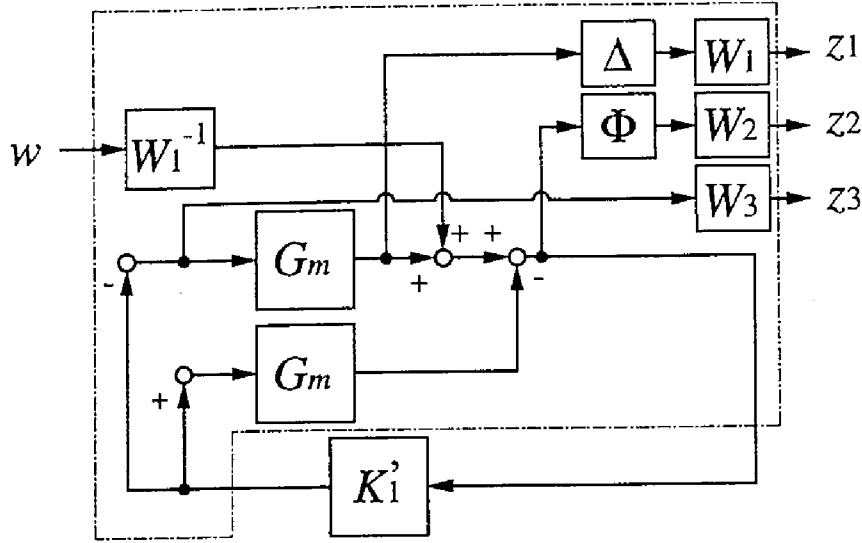


Fig. 3.3: Generalized control system

【Step 3】 実際の補償器 K_1 を求める. Fig.3.2より, 実際の補償器 K_1 は

$$K_1 = \begin{bmatrix} \frac{K_{01}(1 + 2G_m K'_1)}{1 + G_m K'_1} \\ -\frac{K_{02}(1 + G_m K'_1) + K_{01} K'_1}{1 + G_m K'_1} \end{bmatrix}^T \quad (3.11)$$

となり, K_1 と P によって構成される閉ループ系 G_{pl} は,

$$G_{pl}(P, K_1) = \frac{PK_{11}}{1 + PK_{12}} \quad (3.12)$$

となる. ただし $K_1 = [K_{11} \quad -K_{12}]$ とした.

【Step 4】 補償器 K_1 を低次元化することで, 次数の小さい補償器 K_{1r} を求める. この手法を用いると補償器 K_1 の次数は

$$K_1 \text{ の次数} = G_m \text{ の次数} \times 3 + K_0 \text{ の次数} + \Phi \text{ の次数} + \Delta \text{ の次数} \quad (3.13)$$

となり, 非常に大きくなる. そこで, K_1 を低次元化することで次数の小さな補償器 K_{1r} を得る. その手法は, ここでは K_1 の既約分解に基づく方法 [51] を用いる. また, 平衡実現に際しては閉ループ特性を考慮した周波数重みつきの方法 [52] を採用する.

【Step 4-1】 K_1 を積分要素 K_{1s} とそれ以外の要素 \bar{K}_{1s} に分ける. 前節の仮定 5 が満たされにくくなることを避け, 補償器の積分要素を低次元化の対象から除外することによりその特性を保存する.

[Step 4-2] \bar{K}_{1s} を正規化左既約分解する． \bar{K}_{1s} を安定かつプロパーな関数 \tilde{N}_{1s} ， \tilde{M}_{1s} を用いて，

$$\bar{K}_{1s}(s) = \tilde{M}_{1s}^{-1}(s)\tilde{N}_{1s}(s) \quad (3.14)$$

の形に正規化左既約分解 [53] する．

[Step 4-3] $[\tilde{N}_{1s}(s) \tilde{M}_{1s}(s)]$ の，入力側に周波数重みを結合させ，それに対して平衡実現を行い低次元化を行う．ここで， $[\tilde{N}_{1s}(s) \tilde{M}_{1s}(s)]$ には3つの入力が存在するため，それぞれに W_{N1} ， W_{N2} ， W_M の周波数重みを用い，その選定に関しては以下の考察より決定する．

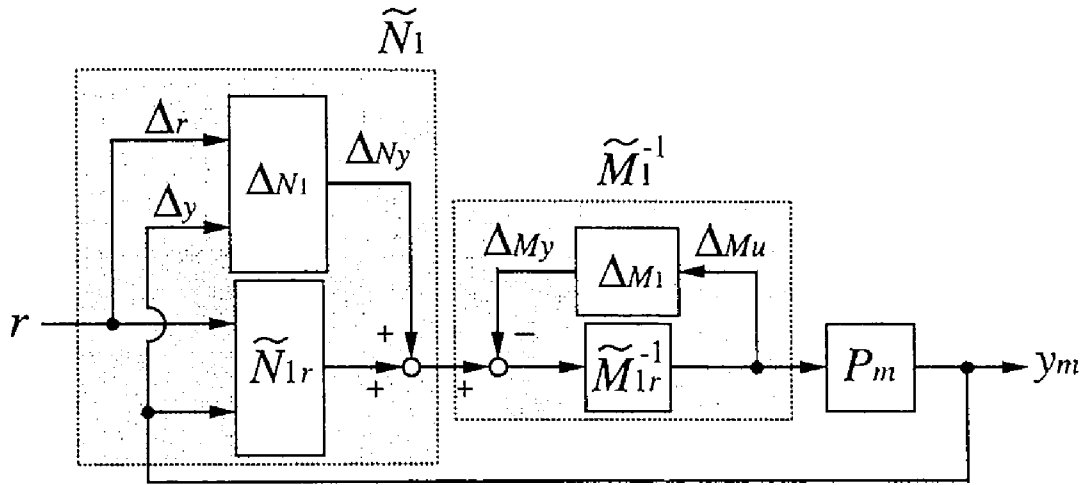


Fig. 3.4: Closed loop system for controller reduction

W_{N1} に関して Fig.3.4において， Δ_{N1} が小さくなるように低次元化が行えることが望ましい．ただし， Δ_{N1} は $K_1 = \tilde{M}_1^{-1}\tilde{N}_1$ が $K_{1r} = \tilde{M}_{1r}^{-1}\tilde{N}_{1r}$ に低次元化されたときに生じる \tilde{N}_1 と \tilde{N}_{1r} の加法的誤差である．つまり，次式のような値

$$\|(\tilde{N}_1 - \tilde{N}_{1r})W_{N1}\|_{\infty} \quad (3.15)$$

が小さくなることが望ましく，この場合 W_{N1} には Δ_{Ny} から Δ_y への伝達関数，すなわち

$$W_{N1} = \frac{P_m \tilde{M}^{-1}}{1 - \tilde{N}_1 P_m \tilde{M}^{-1}} \quad (3.16)$$

を選ぶことによって良い結果が得られることが知られている [52]．

W_M に関して W_{N1} と同様の考察から W_M は Δ_{My} から Δ_{Mu} への閉ループ系における伝達関数を選ぶ．つまり，

$$W_M = \frac{\tilde{M}^{-1}}{1 - \tilde{N}_1 P_m \tilde{M}^{-1}} \quad (3.17)$$

とする。

W_{N2} に関して 上記と同様の考察を行うと、 Δ_{Ny} から Δ_r への伝達関数は存在しない。そこで開ループ系における低次元化を考え、 W_{N2} は定数で選ぶ。

【Step 4-4】 低次元化された補償器 \bar{K}_{1sr} と積分要素 K_{1s} の結合により K_1 の低次元化システム K_{1r} を求める。

【Step 5】 $G_{p0}(P, K_0)$ を $G_{p1}(P, K_{1r})$ に置き換えて、応答が許容される特性になるまで同様の手順を繰り返す。

3.3.2 設計法に対する考察

前述のように従来法の統合化設計法では、反復の度に補償器だけでなく制御対象のモデルも変更されるためその収束性を保証することが難しい。本章の方法においては K'_1 が十分に大きいときには(3.9)式の系で近似されるので、(3.1)式の評価指標は反復により

$$\|G_m - G_{p(i+1)}\|_2^2 = \left\| G_m - \frac{2G_m G_{pi}}{G_m + G_{pi}} \right\|_2^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{(G_m - G_{pi})(G_m^* - G_{pi}^*)}{(2 + \Delta_i)(2 + \Delta_i^*)} \right] d\omega \quad (3.18)$$

となり、 i 回目の反復によって得られる閉ループ系の誤差 $\Delta_i(G_{pi} = (1 + \Delta_i)G_m)$ が、

$$|2 + \Delta_i(j\omega)| > 1 \quad \forall \omega \quad (3.19)$$

を満たす場合には、

$$\|G_m - G_{p(i+1)}\|_2 < \|G_m - G_{pi}\|_2 \quad (3.20)$$

となり評価指標の減少が保証される。なお、 $K'_1 \rightarrow \infty$ とならない場合にも、(3.7)式、(3.8)式から $1 \ll G_m K'_1$ が満たされれば、同様の考察が行える。同様に外乱除去についても(3.9)式から同等の条件が導ける。また、本章では同定誤差があることを予想し、乗法的誤差 Δ は実験から求められた結果を上から覆う関数を用いるため、同定誤差に対しても強い補償器が設計されることが期待できる。

3.4 振動系への応用

次に前述の設計法を振動モードを有する実験装置に応用することでこの設計法の実用性を確かめる。

3.4.1 実験装置の概略

ここで使用した実験装置の概略図をFig.3.5に示す。この装置はモータと大きな慣性モーメントを有する円盤がバネで結合されており、モータの出力するトルクによって円盤の回

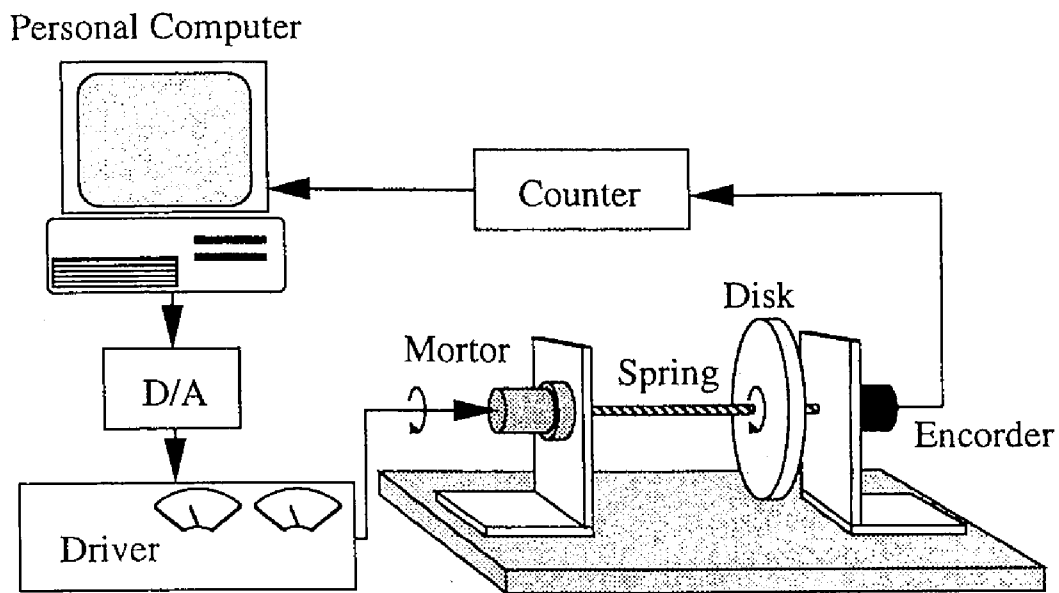


Fig. 3.5: Configuration of experimental system

転角を制御するものであって、バネの剛性により振動モードを有する．この系に対して入力をモータのトルク、出力を円盤の回転角とし運動方程式を立て状態空間表現を求めると次式のようなになる．

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K}{I} & -\frac{D_2}{I} & \frac{K}{I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K}{J} & 0 & -\frac{K}{J} & -\frac{D_1}{J} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix} \tau \quad (3.21)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x \quad (3.22)$$

なお、ここで用いたパラメータ及びその値は以下のようなである．

- $x = [\theta \quad \dot{\theta} \quad \phi \quad \dot{\phi}]^T$
 (ただし, θ : 円盤の回転角 ϕ : モータの回転角)
 τ : モータの出力するトルク (Nm)
 K : バネのバネ定数 (10.0(Nm/rad))
 I : 円盤の慣性モーメント ($6.826 \times 10^{-3}(\text{kgm}^2)$)
 J : モータの慣性モーメント ($4.436 \times 10^{-3}(\text{kgm}^2)$)
 D_1 : モータの粘性摩擦係数 (0.140(Nms/rad))
 D_2 : 円盤の粘性摩擦係数 ($1.0 \times 10^{-4}(\text{Nms/rad})$)

これらの値については実測や簡単な同定実験，モータなどの仕様から定めた． I については円盤の直径，質量を実測することで容易に求めることができる． J についてはモータ等の仕様をもとに計算によって求めた． D_1 についてはモータを

$$\phi = \frac{1/J}{s(s + D_1/J)}\tau \quad (3.23)$$

と2次系で表し，ステップ応答が実験結果と等しくなるように D_1 の値を求めた． D_2 は円盤の慣性モーメントを大きくとることでその影響が無視できるようになることから小さな値を用いた．バネ定数については，モータ側の回転を固定し円盤を振動させ，その周期を測定することでおよその値を求めた．これらの値を用いるとこの系の伝達関数は

$$y = \frac{3.30 \times 10^5}{s(s + 13.3)(s + 9.13 + 58.2j)(s + 9.13 - 58.2j)}\tau \quad (3.24)$$

となり，振動モードを持った4次系であることがわかる．なお，モータのクーロン摩擦項などの非線形項は無視し線形なシステムとしてモデル化した．

この系はモータを用いて回転軸を制御する系として一般的であり，その用途は広い．ここでは円盤の回転角を制御することに重点をおき，モータの挙動は無視して円盤の回転角のみ検出している．また，バネはモデル化誤差やその他の外乱の影響が現れやすいように柔らかいものを用いた．なお，モータは定格出力が100(W)のものを用い，1:11の減速器を取り付けることにより静止状態で最大6.70(Nm)のトルクを出力することができる．円盤の回転角の検出にはエンコーダを用いその分解能は12000(パルス/周)である．また，サンプリングタイムは1(msec)とした．計算に用いたパーソナルコンピュータは32bit，動作クロック60MHz相当のものであり，カウンタ，D/A変換器はそれぞれ24bit，12bitのものを用いた．

以下では，この系の制御において前述の設計法を適用することで望ましい閉ループ系を設計することを試みる．

3.4.2 補償器の設計

ここでは，目標となる閉ループ系 G_m を次式のように定めた．

$$G_m = \frac{60^4}{(s + 60)^4} \quad (3.25)$$

また，(3.24)式で表される系をモデル P_m とし， P を安定化する8次の補償器 K_0 を設計した．

【Step 1】 実験の時系列データからスペクトル解析法によって Δ を同定した．結果は次式のようである．

$$\Delta = \frac{1.5(s + 10.2)^2}{(s + 1.13 + 33.1j)(s + 1.13 - 33.1j)} \quad (3.26)$$

【Step 2】 Fig.3.3の一般化制御対象により補償器 K'_1 を設計した。このとき W_1, W_2, W_3 の値は以下のように定めた。

$$W_1 = 0.001, W_2 = 1000, W_3 = 0.1 \quad (3.27)$$

また、 Φ は次式のようにした。

$$\Phi = \frac{207(s + 20.7)^2}{(s + 1.13 + 33.3j)(s + 1.13 - 33.3j)} \quad (3.28)$$

【Step 3,4】 G_m 及び K_0, K'_1 から実際の補償器 K_1 を設計した。なお、 K_1 の次数は 24 次となり、これを低次元化することで 9 次の補償器 K_{1r} が得られた。

【Step 5】 同様の手順を繰り返すことによって 13 次の補償器 K_{2r} を得た。

3.4.3 考察

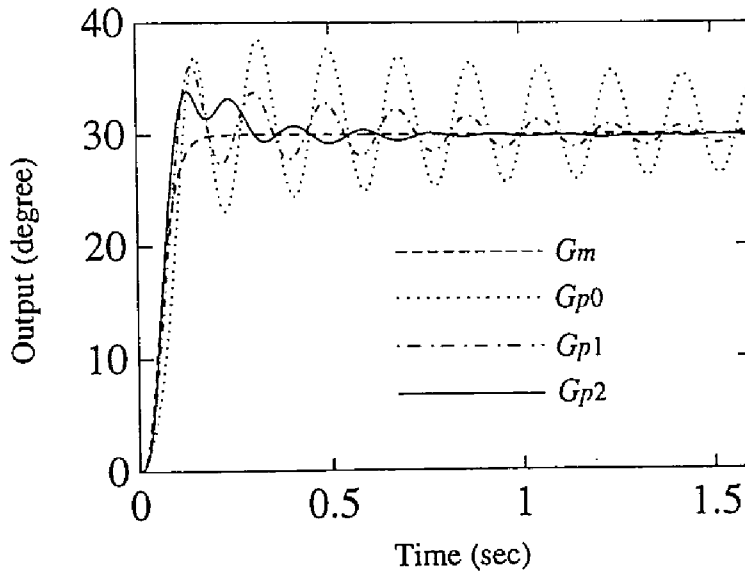


Fig. 3.6: Step response ($G_m, G_{p0}, G_{p1}, G_{p2}$)

この設計手順における $G_m, G_{p0}, G_{p1}, G_{p2}$ の目標値応答を Fig.3.6 に示す。ただし、目標値 r は 30° とした。この図から反復によって G_{p0} の振動成分が消滅していることが理解できる。また、(3.26) 式の Δ は (3.19) 式の収束条件を満たしている。すなわち、この条件は簡単な同定法によるモデルから設計した補償器を用いても容易に満たすことのできる条件であることが分かる。また、この後反復を繰り返しても応答の改善は見られなかった。これは、すでに K_{2r} のゲインがハード面での制約の限界に達していることによると思われる。

次に、プラントの入力端に 0.2 秒間 6.7(Nm) の外乱を入力した場合の G_{p0}, G_{p2} の応答を Fig.3.7 に示す。ここでは、目標値は 0 とし、フィードバック補償器の特性のみを考慮の対

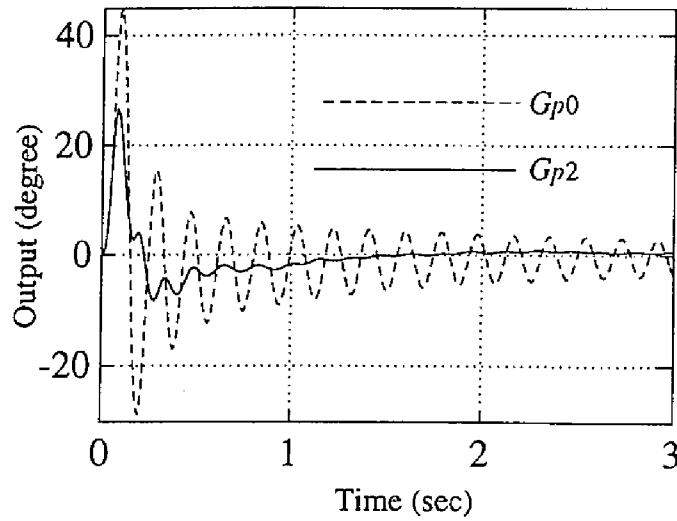


Fig. 3.7: Disturbance rejection

象とした。この図から反復によって低感度化が達成される補償器が設計できたことが理解できる。また、このシステムのパラメータ同定には極めて容易な方法を用いているためモデル化誤差は大きいことが予想される。しかし、本研究の手法を用いることでそのようなプラントに対しても低感度化が達成されるような補償器が設計でき、なおかつ目標値応答も改善された。

また、 G_{p0} において現れる振動モードはこのシステムの共振周波数とは一致しない。これは、モータの側の静止摩擦による非線形項の影響と思われ、このモードはモータ側の零点のモードと一致している。すなわち、線形のモデルからこのモードを推定することは難しく、直ちに K_{2r} を求めることはほぼ不可能であるが、本章における設計法ではこの振動を閉ループ系の誤差として同定し、これを打ち消すような補償器を設計するためこの様な K_{2r} を設計することが可能となる。このことから本設計法の有効性が理解できるであろう。

3.5 おわりに

本章では、実験と補償器再設計の反復により、閉ループ特性の改善を自動的に図る一つの方法を提案した。また、本反復手法の収束性に関して考察し、これが保証されるための一つの十分条件を導いた。さらに、振動モードを有する位置決め系に本手法を適用し、実験によりその実用性を検証した。

第 4 章

閉ループ同定を利用した補償器の繰り返し設計法

4.1 はじめに

前章までに提案した方法は、いずれもモデルの同定を行うのではなく、補償器設計のための評価関数に存在する重み行列、あるいは周波数重みを実験データに基づいて求める方法であった。しかし、この方法ではモデルは常に固定されるため、最終的に達成される閉ループ系の性能ははじめのモデルに依存し、ある程度の限界が生じる。これより、モデルを同定し直し、より制御対象の特性を的確に表現したモデルを用いて補償器を設計することが大切と思われる。

上述の考察から、従来より補償器と同定の統合化設計が注目されているが、閉ループ同定と補償器再設計によって常にモデルと補償器の両方が更新されれば、収束性が期待できないことも指摘されている [3]。また、従来の統合化設計法は主にシステム同定の観点からの研究が多く、閉ループ同定に関する考察が中心であり、補償器設計における近年のロバスト制御理論の成果が十分に活用されていないように思われる。特に、評価指標 J_{global} に関しては H_2 ノルムを評価したものが多く、ロバスト制御として有用な H_∞ 制御則の利点を活用した例は少ない。Schrama らは文献 [11] において H_∞ 制御則を用いた統合化設計法を提案しているが、これは H_∞ 制御則の利点を活用した方法とは言い難い。

そこで本章では、実験結果をつぎの補償器設計でどのように生かすかを主眼におき、(i) 設計手順の収束性を考慮に入れ、(ii) H_∞ 制御則の利点を活用することに注目して、同定実験と補償器再設計の繰り返しにより望ましい閉ループ系を設計する新たな一つの方法を提案する。この方法では同定結果にある程度の信頼性が持てるならば、 H_∞ 制御則の性質上、評価指標の減少が保証されるような合理的手法となっている。また、同定対象を同定しやすい形に変形することで、同定精度の向上を目指している。さらに最後に、実験によってその有効性を検証する。なお、本章では 1 入力 1 出力系を考察の対象とする。

4.2 問題設定

本章では Fig.3.1 で表わされる閉ループ系 G_p を考える．ここで P はプラント， K は補償器， r は目標値入力を示している．この閉ループ系に対して補償器設計とシステム同定を交互に行いこれを繰り返すことによって所望の仕様を満たす補償器 $K = K_i$ ($i = 0, 1, 2, \dots$) を設計することが本設計法の目的である．まず，つぎのような仮定を設けておく．

【仮定 1】プラント P およびそのモデル P_{m0} が与えられており， P の不安定零点および相対次数は既知である．

【仮定 2】閉ループ系の希望モデル G_m が与えられている．ただし， G_m は P の不安定零点を有する．

【仮定 3】プラント P とモデル P_{m0} を安定化する補償器 K_0 が与えられており， K_0 は次式を満たすようにモデルマッチング問題 [48] より設計する．

$$G_{m0}(P_{m0}, K_0) = G_m \quad (4.1)$$

ただし， G_{m0} は Fig.3.1 で， $P = P_{m0}$ ， $K = K_0$ とした閉ループ系の r から y_p までの伝達関数である．このとき，補償器 K_0 はつぎのような形式となる．

$$u = K_0 \begin{bmatrix} r \\ y_p \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$K_0 =: [K_{f0} + K_{b0}G_m \quad -K_{b0}] \quad (4.3)$$

$$K_{f0} =: P_{m0}^{-1}G_m \quad (4.4)$$

$$K_{b0} : P_{m0} \text{ と } P \text{ を安定化する補償器} \quad (4.5)$$

【仮定 4】プラント P と補償器 K_0 によって構成される閉ループ系 $G_{p0}(P, K_0)$ は次式を満たす．

$$\lim_{s \rightarrow 0} \{G_{p0}(s) - G_m(s)\} \rightarrow 0 \quad (4.6)$$

ここで， P_{m0} は運動方程式による物理モデル，あるいは一般の同定手法によって得られるモデルで仮定 1 が満たされる近似モデルを想定している．また，仮定 4 は K_0 のフィードバック部分 K_{b0} が積分器を有することで満たすことができる．

この仮定の下でつぎのような評価指標を設定する．

$$J_{global} = \|G_p(P, K) - G_m\|_{\infty} \quad (4.7)$$

なお，以下では i 回目の繰返しにより設計される補償器 K_i ($i = 0, 1, 2, \dots$) によって構成される閉ループ系を $G_{pi}(P, K_i)$ ，そのときの評価指標を $J_{global \cdot i}$ とする．このとき本設計法の目的は

$$J_{global \cdot i} < J_{global \cdot (i-1)}, \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (4.8)$$

を満たす補償器 K_i の有効な近似解を求める合理的な手法を与えることにある。これは2自由度系の観点からいえば、(4.3) 式の形式を用いて

$$K_i = [K_{fi} + K_{bi}G_m \quad -K_{bi}] \quad (4.9)$$

となる K_{fi} , K_{bi} を求めることに相当する。ここでの最大のポイントは、実験結果によって得られた情報をどのように補償器設計にフィードバックするかにある。

4.3 設計法

つぎに、補償器の設計法について述べる。

4.3.1 閉ループ系の誤差

一般には制御対象とモデルの誤差は、

$$P = (1 + \Delta)P_m \quad (4.10)$$

$$P = P_m + \Delta \quad (4.11)$$

のように乗法的や加法的なものとして用いられるが、ここでは制御対象を閉ループ系で取り扱うことから閉ループ系 G_p と G_m の差に注目し次式のように定義する。

$$G_{pi} = \Delta_i G_m \quad (4.12)$$

この場合仮定 1, 2 から Δ は安定かつバイプロパーな最小位相系となる。また、(4.7) 式の評価指標は

$$J_{global,i} = \|(\Delta_i - 1)G_m\|_\infty \quad (4.13)$$

となる。

4.3.2 設計手順

つぎに、補償器の設計手順を示す。

【Step 1】 G_{p0} , G_m のステップ目標値応答 y_{p0} , y_m から Δ_0 を同定する。実験データには雑音が含まれることを考え、 w を平均値 0 分散 1 の白色雑音とし、 H を未知の関数として y_{p0} と y_m との関係を、

$$y_{p0} = \Delta_0 y_m + Hw \quad (4.14)$$

のように定める [23] と、実際に同定される誤差 Δ_{ident} は、

$$\Delta_{ident} G_m = \Delta_0 G_m + H \quad (4.15)$$

$$\Delta_{ident} = \Delta_0 + H G_m^{-1} \quad (4.16)$$

となり, $\lim_{s \rightarrow \infty} G_m^{-1}(s) \rightarrow \infty$ となることから高周波帯域での Δ_0 の同定は困難である. そこで, 低周波帯域での Δ_{ident} を Δ_0 とし高周波帯域では雑音の影響とみなしこれを無視して同定する (実際の同定結果 Fig.4.4 参照).

【Step 2】 Fig.3.1 の閉ループ系に対し, 外部に Fig.4.1 のように補償器 K'_1 を付け加えることにより (4.7) 式の評価指標を小さくすることを目的とする. K'_1 の設計は以下のような考察から行う.

(a) 評価指標の減少

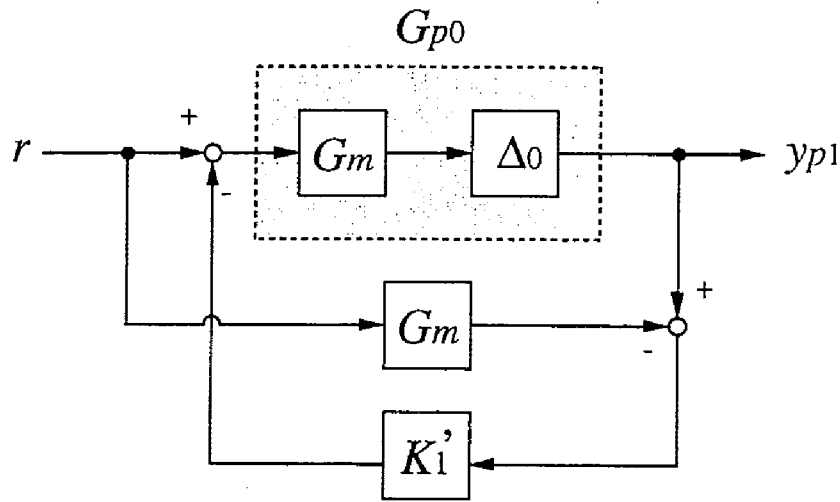


Fig. 4.1: Closed loop system with K'_1

Fig.4.1における目標値 r から制御対象の出力 y_{p1} までの伝達関数は

$$y_{p1} = \frac{1 + G_m K'_1}{1 + G_{p0} K'_1} G_{p0} r = \frac{1 + G_m K'_1}{1 + \Delta_0 G_m K'_1} \Delta_0 G_m r \quad (4.17)$$

となるので (4.13) 式の評価指標は

$$J'_{global} = \left\| \frac{(\Delta_0 - 1)G_m}{1 + \Delta_0 G_m K'_1} \right\|_{\infty} \quad (4.18)$$

となる. このため, (4.8) 式が満たされ評価指標の減少が保証されるためには,

$$\left\| \frac{(\Delta_0 - 1)G_m}{1 + \Delta_0 G_m K'_1} \right\|_{\infty} \cdot \frac{1}{\|(\Delta_0 - 1)G_m\|_{\infty}} < \beta_1 \quad (4.19)$$

が成り立てばよい. ただし, $0 < \beta_1 < 1$ である.

(b) 閉ループ系の安定化

Step 1 で同定した Δ_0 は、高周波帯域で外乱の影響が大きく現われることからその値が正しく求められない。そのため、 $\Delta_0 G_m$ に対する相補感度関数を高周波帯域で小さくすることによって閉ループ系の安定化を図る。すなわち、次式を満たすように K'_1 を定める。

$$\left\| \frac{\Delta_0 G_m K'_1}{1 + \Delta_0 G_m K'_1} W_2 \right\|_{\infty} < 1 \quad (4.20)$$

ただし、 W_2 は安定かつプロパーでハイパスな周波数関数である。

(c) 低感度化

K'_1 を用いた閉ループ系での P に対する感度関数は、

$$\frac{1}{1 + PK_{b0}} \cdot \frac{1}{1 + \Delta_0 G_m K'_1} \quad (4.21)$$

となるので、低周波帯域での感度の劣化を避けるために

$$\left\| \frac{1}{1 + \Delta_0 G_m K'_1} \cdot \alpha_1 \cdot \hat{W}_3 \right\|_{\infty} < 1 \quad (\alpha_1 \geq 1) \quad (4.22)$$

($\hat{W}_3 : \lim_{s \rightarrow 0} \hat{W}_3(s) = 1$ を満たすローパスな関数)

を満たすようにする。

これらから、 K'_1 は Fig.4.2 のような一般化制御対象を考え、 w から z までの伝達関数の H_{∞} ノルムが 1 以下になるように設計する。この一般化制御対象の伝達関数は、

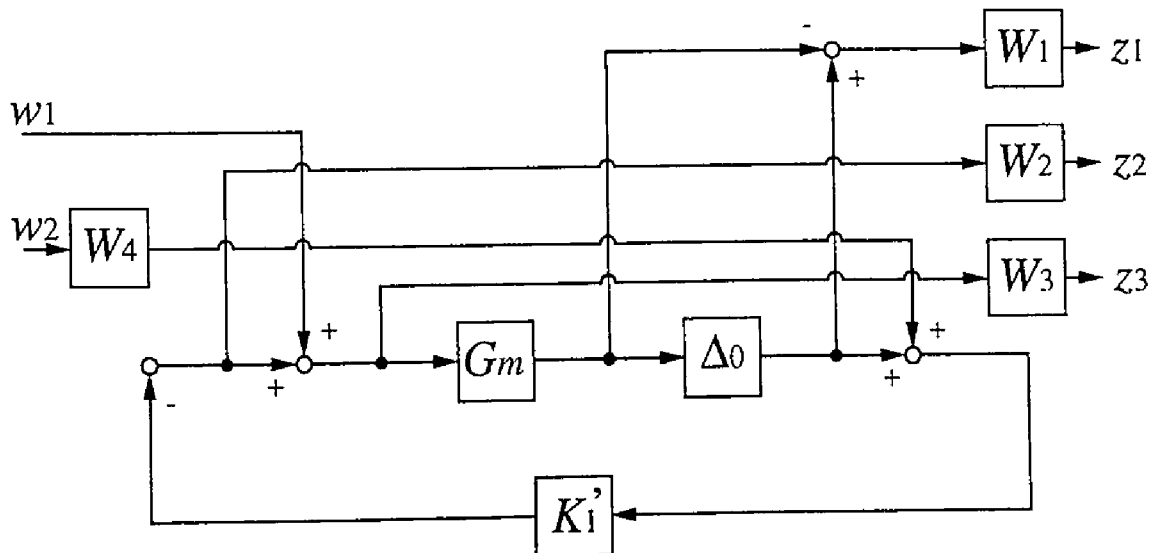


Fig. 4.2: Generalized control system

$$z_1 = W_1 \cdot \frac{(\Delta_0 - 1)G_m}{1 + \Delta_0 G_m K_1'} w_1 \quad (4.23)$$

$$z_2 = W_2 \cdot \frac{\Delta G_m K_1'}{1 + \Delta_0 G_m K_1'} w_1 \quad (4.24)$$

$$z_3 = W_3 \cdot \frac{1}{1 + \Delta_0 G_m K_1'} w_1 \quad (4.25)$$

となることから,

$$W_1 = \frac{1}{\|(\Delta_0 - 1)G_m\|_\infty} \cdot \frac{1}{\beta_1} \quad (0 < \beta_1 < 1) \quad (4.26)$$

$$W_3 = \alpha_1 \cdot \hat{W}_3 \quad (4.27)$$

とすることで, (4.23) 式は (4.19) 式, (4.24) 式は (4.20) 式, (4.25) 式は (4.22) 式の評価にそれぞれ対応している. また, w_2 は H_∞ 制御則の標準的仮定 [50] を満たすためのものであって, $W_4 \ll 1$ と選べばよい. ただし, ここで用いた Δ_0 は同定によって得られた結果であり, 真の値は未知であるため得られた補償器は近似解となる.

【Step 3】 つぎに, フィードフォワード補償器を設計する. Fig.4.1の閉ループ系に対して, Fig.4.3のようなフィードフォワード補償器 Δ_0^{-1} を付け加える. これにより (4.18) 式の

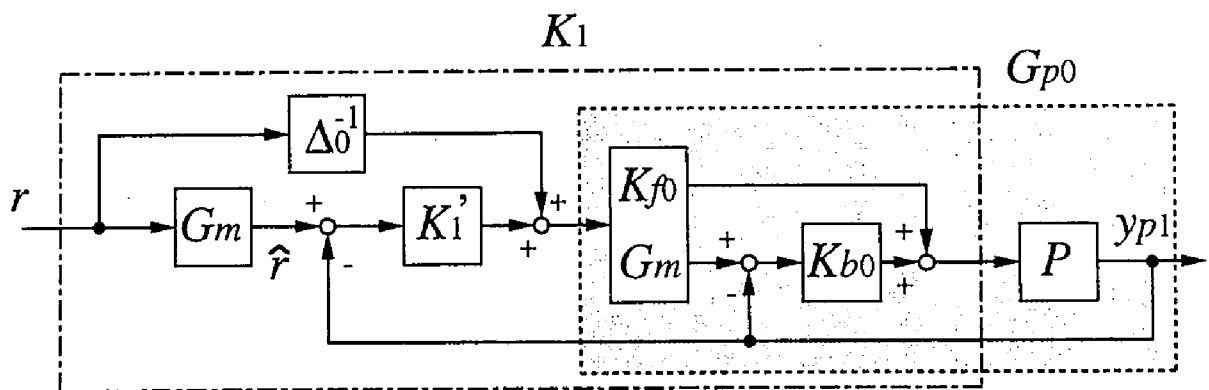


Fig. 4.3: Design of the feedforward controller

評価指標がさらに減少することが期待されるがこの詳細については後述する.

【Step 4】 実際の補償器 K_1 を求める。実際の補償器は、次式のようになる (Fig.4.3参照)。

$$K_1 = \begin{bmatrix} K_{f1} + K_{b1}G_m & -K_{b1} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

$$K_{f1} =: K_{f0}\Delta_0^{-1} + (\Delta_0^{-1} - 1)K_{b0}G_m \quad (4.29)$$

$$K_{b1} =: K_{f0}K_1' + (1 + G_mK_1')K_{b0} \quad (4.30)$$

【Step 5】 補償器 K_1 を低次元化する。この方法では K_1 の次数 $\dim(K_1)$ が非常に大きくなることから低次元化が必要である。低次元化においては、前述の仮定が満たされるよう、以下の手順で行う。

K_{f1} の低次元化 Fig.4.3において r から \hat{r} への伝達関数の低周波での特性が変化すると定常偏差が生じ、仮定 4 は満たされなくなる。そこで (4.4), (4.29) 式から、

$$K_{f1} = P_{m1}^{-1}G_m \quad (4.31)$$

$$P_{m1} =: \delta_0 P_{m0} \quad (4.32)$$

$$\delta_0 =: \left[\Delta_0^{-1} + (\Delta_0^{-1} - 1)P_{m0}K_{b0} \right]^{-1} \quad (4.33)$$

として、 δ_0 を低次元化する。

K_{b1} の低次元化 仮定 4 を考慮し K_{b1} の積分器以外の部分を低次元化することで積分特性を保存する。

【Step 6】 K_0 を K_1 に置き換えて同様の手順を繰り返す。

4.3.3 設計法に対する考察

本設計法では各同定における Δ_i の真値は未知であり、収束性に対する厳密な保証を行うことはできないが、ここでは本設計法の合理性、収束の可能性を中心に考察する。

誤差の構造

本方法では G_p と G_m の誤差を (4.12) 式のように定義し、これを同定対象とすることによって閉ループ同定が開ループ同定問題に置き換わり、同定が容易になる。この点において従来の閉ループ同定とは異なっている。また、仮定 1, 2 から Δ は安定かつバイプロバーな最小位相系になり、仮定 4 から $\omega \rightarrow 0$ の帯域でのゲインは 1 となる。これらの情報を用いることで Δ_i は正しい同定が期待され、同定誤差は十分小さいことが期待される。さらに、前述のように Fig.4.2 のように新たなモデル $\Delta_i G_m$ より補償器を設計することで評価指標の減少を補償器設計の評価に組み込み、考慮することが可能となった。

また、一般に同定ではすべての帯域で正しい値が得られるとは限らないため、 $i-1$ 回目の閉ループでは誤差が小さく、正しく同定されなかった帯域が、 i 回目の閉ループ系では大きな影響を与える場合が考えられる。しかし、これを繰返しによって緩和させることが、繰返し設計の目的ともなっている。

H_∞ 補償器の存在性

Step 2において、(4.22) 式の α_i 、(4.19) 式の β_i を適当に選択することにより補償器 K'_i は常に存在する。たとえば、 $\alpha_i = \beta_i = 1$ とすることによりその前の閉ループ系 $G_{p-(i-1)}$ が安定であることから明らかな解 $K'_i = 0$ が得られる。すなわち、閉ループ系が安定に保たれる範囲でできるだけ大きな $\alpha_i(>1)$ とできるだけ小さな $\beta_i(<1)$ を選べばよいことになる。

評価指標の減少

まず、フィードバック補償器による評価指標の減少の可能性について考察する。Step 2の手順に従って K'_i が設計できたとすれば、

$$\left\| \frac{(\Delta_{i-1} - 1)G_m}{1 + \Delta_{i-1}G_m K'_i} \right\|_\infty < \beta_i \|(\Delta_{i-1} - 1)G_m\|_\infty \quad (4.34)$$

となる。このとき、

$$J'_{global-i} < J_{global-(i-1)} \quad (4.35)$$

が成り立つためには、

$$\left\| \frac{(\Delta_{real} - 1)G_m}{1 + \Delta_{real}G_m K'_i} \right\|_\infty < \|(\Delta_{real} - 1)G_m\|_\infty \quad (4.36)$$

が成り立てばよい。ただし、ここで Δ_{real} は真値を意味する。この不等式の成立の可能性に対する厳密な考察は難しいが、上述のように Δ_{i-1} の同定誤差は十分小さいことが期待できるため、(4.35) 式の成立の可能性は十分高いものと思われる。また、 Δ_{i-1} に多少の誤差が含まれている場合でも、 β_i の値が十分小さい値で K'_i が存在すれば、(4.35) 式は十分成り立つことが期待できる。逆に、 $\beta_i \simeq 1$ でしか K'_i が存在しなければ、繰返しを中止する指標になるものと思われる。

つぎに、フィードフォワード補償器による評価指標の減少の可能性について考察する。フィードフォワード補償器がない場合には、評価指標は

$$J'_{global-i} = \left\| \frac{(\Delta_{real} - 1)G_m}{1 + \Delta_{real}G_m K'_i} \right\|_\infty \quad (4.37)$$

であったのに対し、フィードフォワード補償器の付加により

$$J_{global-i} = \left\| \frac{(\Delta_{real}\Delta_{i-1}^{-1} - 1)G_m}{1 + \Delta_{real}G_m K'_i} \right\|_\infty \quad (4.38)$$

となる。このとき一般には

$$J_{global-i} < J'_{global-i} \quad (4.39)$$

の成立について考察を行うことは難しいが、フィードバックのとき同様、 Δ_{i-1} の同定精度が良ければ、(4.39) 式が成り立つことは十分期待できるであろう。また、多少の誤差が含まれていても $\|\Delta_{real}\|_\infty$ が十分大きい場合には(4.39) 式の成立は十分期待できるものと思われる。また、逆に $\Delta_{real} \simeq 1$ の場合には(4.39) 式の成立の可能性は低いため、繰返しを中止する指標になると思われる。

モデル P_m の更新

Δ_i を同定することはプラント P のモデル P_m を更新していることに相当する。いいかえれば、各繰返しによる i 回目のモデル P_{mi} を $(i-1)$ 回目のデータから (4.32) 式のように

$$P_{mi} = \left[P_{m(i-1)}^{-1} \Delta_{i-1}^{-1} + (\Delta_{i-1}^{-1} - 1) K_{b(i-1)} \right]^{-1} \quad (4.40)$$

としていることに等しい。しかし、閉ループ同定ではある周波数帯域での P_{mi} の値は正しく同定されない場合が多い。たとえば本設計法では補償器が積分特性を有することから低周波帯域での同定は困難となる。そのため、本設計法では P_{mi} を補償器設計のためのモデルには用いず、閉ループ系 $\Delta_i G_m$ を用いることによってその問題を回避している。

低感度化

補償器 K_i' により閉ループ系の感度は (4.21) 式のようになることから、

$$\left\| \frac{1}{1 + \Delta_{(i-1)} G_m K_i'} \right\|_{\infty} \leq 1 \quad (\forall \omega) \quad (4.41)$$

が成り立つことにより、さらに低感度化が達成される。しかし、特に制御対象が非最小位相系の場合などはこれは難しい [54]。そこで現段階では、周波数重み W_3 は低周波でそのゲインが 1 以下になるように定めるが、どの帯域まで小さくするかは制御対象の特性に依存するため特定はできず、今後の問題点となるであろう。しかし、同定が有効となる周波数帯域 (実験時間による同定される帯域の制限) より小さな帯域では (4.41) 式が成り立つように定めることが望ましいと思われる。

4.4 実験

つぎに前述の設計法を振動モードを有する実験装置に適用し、実験によってその有効性を確かめる。

4.4.1 系のモデル化

ここで使用した実験装置の概略を Fig.3.5 に示す。この系はモータと大きな慣性モーメントを有する円盤がバネで結合されており、検出量は円盤の回転角のみである。この系に対して入力をモータのトルク、出力を円盤の回転角としモデルを設計すると、

$$y = \frac{3.30 \times 10^5}{s(s + 13.3)(s - \omega_r)(s - \bar{\omega}_r)} \tau \quad (4.42)$$

$$\omega_r = -9.13 + 58.2j$$

となり、58.2[rad/sec] の周波数に振動モードを有していることが理解できる。このモデルの同定については制御対象をマス・バネ・ダンパ系とみなし、実測によって算出した。

4.4.2 補償器の設計

ここでは、希望モデル G_m を

$$G_m = \frac{45^4}{(s + 45)^4} \quad (4.43)$$

とし、(4.42) 式で表わされる系をモデル P_{m0} として、モデルマッチング問題によって P を安定化する補償器 K_0 を設計し、 G_{p0} を構成した。なお、このとき補償器は閉ループ系の安定が保たれる範囲で低感度化を第1の目的とした。補償器の次数は

$$\dim(K_{f0}) = 4, \quad \dim(K_{b0}) = 5 \quad (4.44)$$

となった。

【Step1】 実験の時系列データからスペクトル解析法 [49] によって Δ_0 を同定した。結果は次式のようにあり、

$$\begin{aligned} \Delta_0 &= \frac{0.709(s + a_1)(s + \bar{a}_1)(s + a_2)(s + \bar{a}_2)}{(s + b_1)(s + \bar{b}_1)(s + b_2)(s + \bar{b}_2)} \\ a_1 &= -6.58 + 63.7j, \quad a_2 = -16.2 + 30.0j \\ b_1 &= -1.51 + 33.9j, \quad b_2 = -12.7 + 52.7j \end{aligned} \quad (4.45)$$

このときのゲイン特性を Fig.4.4 に示す。このように共振周波数とは一致しない振動モード

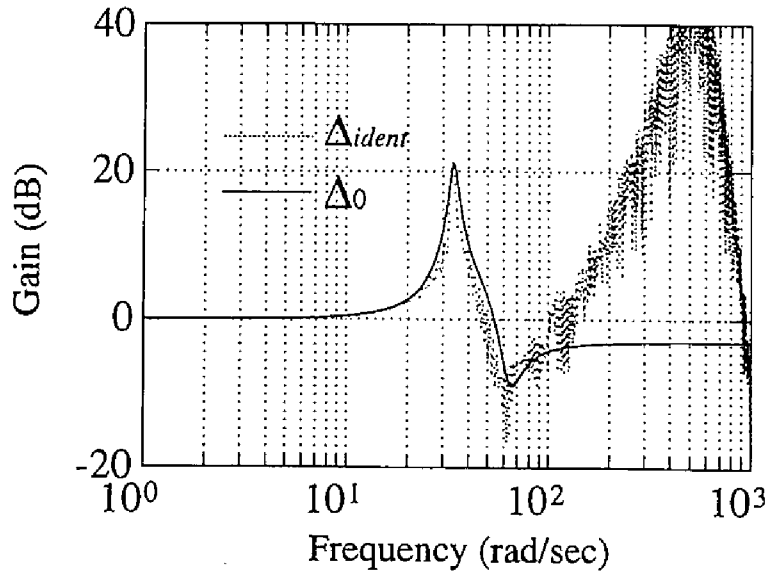


Fig. 4.4: Identification of Δ_0

を有していることが理解できる。

【Step2】 つぎに補償器 K_1 を設計した。このとき $\beta_1 = 0.1$ とし, W_2, W_3 は,

$$W_2 = \frac{15000(s+10)^2}{(s+10000)^2}, \quad W_3 = \frac{30}{s+10} \quad (4.46)$$

とした。

【Step3,4】 実際の補償器 K_{f1}, K_{b1} を求めこれを正規化既約分解した後に, 平衡化打ち切り法 [51] によって補償器 K_1 を得た。このとき,

$$\dim(K_{f1}) = 7, \quad \dim(K_{b1}) = 11 \quad (4.47)$$

となった。

【Step5】 同様の手順を繰り返すことによって補償器 K_2 を得た。なお, このとき $\beta_2 = 0.15$ としており,

$$\dim(K_{f2}) = 10, \quad \dim(K_{b2}) = 12 \quad (4.48)$$

となった。

これらの補償器を用いた G_{p0}, G_{p2} のステップ応答を Fig.4.5 に示す。ただし, 目標値は

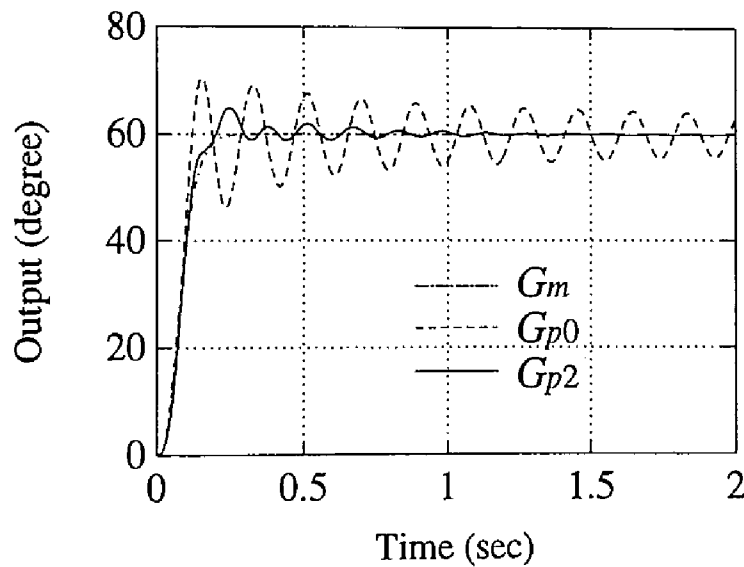


Fig. 4.5: Step response of G_{p0} and G_{p2}

$r = 60^\circ$ とし, 一般的な制御系の構成と本設計法適用後を比較の対象とするため, G_{p1} の応答は省略した。

4.4.3 考察

この繰返しにおける評価指標の値を示す.

$$J_{global.0} = 4.22, J_{global.1} = 0.579, J_{global.2} = 0.457 \quad (4.49)$$

実際には H_∞ ノルムの値を正しく測定することは困難であるのでここではそれぞれ Δ_i を同定し, (4.13) 式から H_∞ ノルムを計算した. 評価指標の減少のようすが読みとれる.

(4.45) 式より 1 回目の実験では共振周波数と一致しない振動成分が現れる. これはモータの摩擦の影響でモータの零点のモードと一致しているが, これは前章と同様, 制御対象を閉ループ系として扱うことによって除去することが可能となっている. また, 入力端に 6.7(Nm) の外乱を 0.01 秒間入力した場合の応答を Fig.4.6 に示す. 低感度化が達成されてい

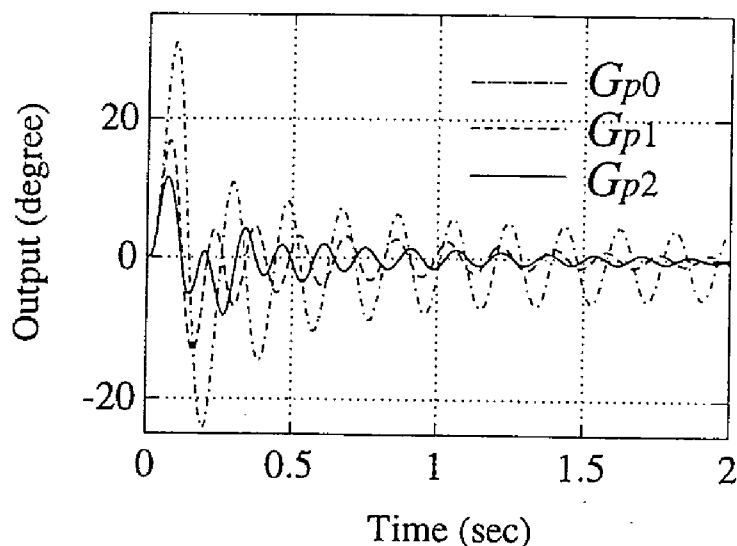


Fig. 4.6: Disturbance rejection

るようすがわかる.

なお, 実験では最小位相系を用いているが, はじめの仮定のように本設計法では非最小位相系への応用も可能となっており, このことは線形モデルによるシミュレーションレベルで確認している.

4.5 おわりに

本章では, 実験によるシステム同定と補償器設計の繰返しを行うことによって補償器を設計するという観点から, 従来法の問題点を解決する新たな一つの方法を提案した. 特に, 制御対象を閉ループ系として取り扱うこと, また閉ループ系の誤差を従来とは異なったとらえ方によって同定すること, H_∞ 制御則の利点を活用することにより, 評価指標が減少す

るような評価を陽に行ったばかりでなく閉ループ系の安定性，低感度化についてもその議論が可能となった。また，振動モードを有する実験装置に適用し，本設計法の有効性を検証した。

第 5 章

予測誤差法に基づく閉ループ同定と 2 自由度補償器の統合化設計

5.1 はじめに

前述のように，従来の統合化設計はモデル全体を求める閉ループ同定と，補償器設計を繰り返すものであった．特に，Schrama らは閉ループ同定問題を予測誤差同定問題に帰着させ，その周波数重みに対して補償器設計のための評価関数の観点から検討を行い [16]，さらに，Hansen らによって提案された，既約分解表現に基づく閉ループ同定法 [15] と H_∞ 制御則を用いた統合化設計法を提案している．しかし，前者では閉ループ同定のフィルタとして同定対象の推定値を事前に必要とし，また，不安定系には適用が難しい場合があるといった問題点がある．後者では，特に補償器の構造が複雑な場合には，同定対象および同定結果から得られるモデルの次数は膨大になり，数値的悪条件に陥りやすいといった問題点がある．これより，同定対象としては制御対象それ自体に限定せず，設計仕様にあった同定しやすい形に変形するといった工夫も必要と考えられる．

一方，前章では同定対象を閉ループ系の誤差とすることで閉ループ同定が容易になり，同定精度の向上が期待できる結果となった．しかし，この方法では補償器の次数が膨大になること，同定に関する考察が不十分であるといった問題点が残っている．

そこで本章では，閉ループ同定問題に重点をおき，

- 設計仕様を反映し，同定が容易に行えるように同定対象を適当な形に変形する．
- 2 自由度制御の観点から，補償器の構造の利点を生かした補償器設計法，同定法を考察する．
- 設計仕様に合致した周波数重みを考察する．

といった観点から，2 自由度補償器と同定の統合化設計法を提案する．本章では同定の評価としてフィードバック・フィードフォワード補償器の両面から考察を行っている．なお，本章でも 1 入力 1 出力系を考察の対象とし， q はシフトオペレータを表すものとする．また，考慮の対象となる閉ループ系では雑音は全て制御対象の入力端に加わるもの考える．

5.2 問題とその解法

5.2.1 問題設定

本章では,

$$y_p(t) = P(s)\{u(t) + W(s)w(t)\} \quad (5.1)$$

で表わされる制御対象 $P(s)$ の出力 $y_p(t)$ が希望モデル $G_m(s)r(t)$ ($r(t)$ はある特定の目標値関数) に近い応答を実現させることを考える. ここで, $u(t)$ は制御入力, $w(t)$ は平均 0 分散 σ^2 の白色雑音で $P(s)$ の入力端に加わるものを考える. また, $W(s)$ はノイズモデルでこれは既知とし, $w(t)$ と $r(t)$ には相関がないものとする. ただし, 伝達関数が $G_m(s)$ のシステムに時間関数 $r(t)$ が入力された場合の出力 $y_G(t)$ を

$$y_G(t) = G_m(s)r(t) \quad (5.2)$$

と表わし, 以下この表現形式を用いる. これより評価指標を次式のように設定し,

$$J_{global} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \{y_p(t) - G_m(s)r(t)\}^2 dt \quad (5.3)$$

これを小さくすることを目的とする. ここで, つぎの仮定を設ける.

[仮定 1] 制御対象 $P(s)$ に対しそのモデル $P_m(s)$ が与えられており, 両者の不安定零点・不安定極, 相対次数は一致する.

[仮定 2] 応答の希望モデル $G_m(s)$ が与えられており, これは $P(s)$ の不安定零点を保存する. また, $P_m^{-1}G_m$ はプロパーであるとする.

[仮定 3] $P(s), P_m(s)$ 共に安定化する補償器 $K_b(s)$ が

$$K_b(s) = \arg \min_K J_{control}(P_m(s), K(s)) \quad (5.4)$$

$$J_{control} = \left\| \frac{P_m(s)}{1 + P_m(s)K(s)} W_c(s) \right\|_2^2 \quad (5.5)$$

より設計可能である. ただし, $W_c(s)$ は設計者が定めた周波数重みである.

5.2.2 解法の基本方針

J_{global} を小さくするために, まず, Fig.5.1 の 2 自由度制御系 [48] を考える. この閉ループ系の応答は,

$$K_f(s) = \begin{bmatrix} P_m^{-1}(s)G_m(s) \\ G_m(s) \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

とし, (5.4) 式の $K_b(s)$ を用いることで,

$$y_p(t) = \frac{PP_m^{-1} + PK_b}{1 + PK_b} G_m r(t) + \frac{P}{1 + PK_b} W w(t) \quad (5.7)$$

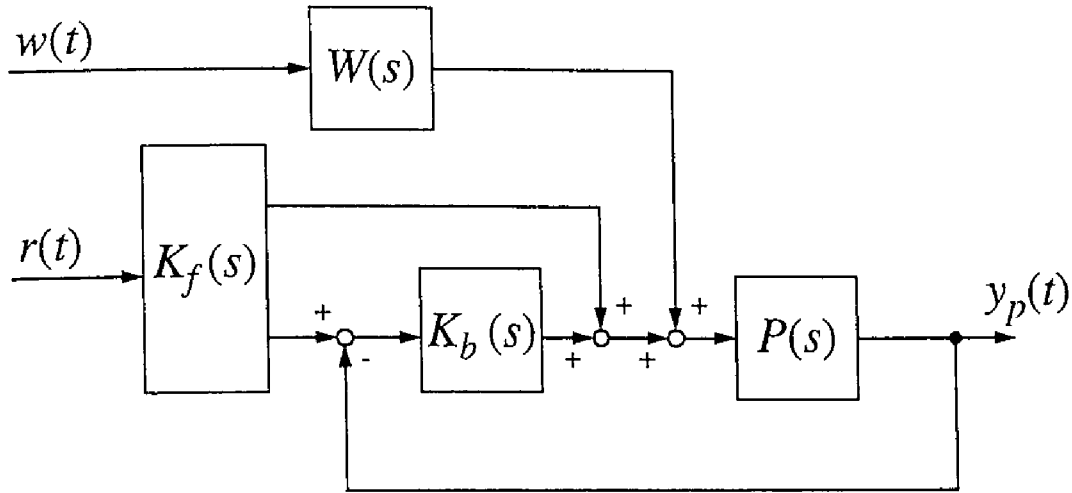


Fig. 5.1: Two - degree - of - freedom control system

となる。ただし、 $[\cdot](s)$ は表記の簡略化のため省略した。ここで、

$$P(s) = \Delta(s)P_m(s) \quad (5.8)$$

の表記を導入する。この表現により仮定から Δ は最小位相かつバイプロパーなシステムになりその同定が容易になるばかりでなく、全ての表記を簡単にし、後述の同定における周波数重みの決定が明確化・簡略化される。また、2自由度制御系の利点を生かした同定が可能となる。詳細は3節で述べる。さて、(5.8)式の表現を用いると(5.7)式は

$$y_p(t) = \frac{\Delta + \Delta P_m K_b}{1 + \Delta P_m K_b} G_m r(t) + \frac{\Delta P_m}{1 + \Delta P_m K_b} W w(t) \quad (5.9)$$

となり、(5.3)式は

$$J_{global} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \left\{ \frac{\Delta - 1}{1 + P K_b} G_m r(t) + \frac{P}{1 + P K_b} W w(t) \right\}^2 dt \quad (5.10)$$

となる。そこで、フィードフォワード補償器によって(5.10)式の目標値 $r(t)$ に関する積分項を、フィードバック補償器によって外乱 $w(t)$ に関する積分項を小さくすることで、全体として J_{global} を小さくすることを考える。まず、補償器の設計手順を示す。本設計法では $P(s)$ と $P_m(s)$ が与えられている状況から出発し、実験によるモデルの再同定と補償器の再設計を繰り返すことで、(5.3)式の J_{global} を小さくすることを目指す。

【Step1】 はじめのモデル $P_m(s)$ を $P_{m0}(s)$ とする。

【Step2】次式より K_{b0}, K_{f0} を設計する.

$$K_{b0} = \arg \min_K J_{\text{control}}(P_{m0}, K) \quad (5.11)$$

$$K_{f0} = \begin{bmatrix} P_{m0}^{-1} G_m \\ G_m \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

【Step3】 つぎに,

$$P(s) = \Delta_0(s) P_{m0}(s) \quad (5.13)$$

となる $\Delta_0(s)$ を $\hat{\Delta}_0(s)$ として同定する.

【Step4】 $P_{m1}(s) = \hat{\Delta}_0(s) P_{m0}(s)$ とモデルを更新して Step 2 に戻り同様の手順を繰り返す. ここで, i 回目の繰り返しによって得られたモデル P_{mi} により設計された補償器

$$K_{bi} = \arg \min_K J_c(P_{mi}, K) \quad (5.14)$$

$$K_{fi} = \begin{bmatrix} P_{mi}^{-1} G_m \\ G_m \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

は, つぎの繰り返しでは, 得られた $\hat{\Delta}_i$ を用いて

$$K_{b(i+1)} = \arg \min_K J_{\text{control}}(P_{m(i+1)}, K) = \arg \min_K J_{\text{control}}(\hat{\Delta}_i P_{mi}, K) \quad (5.16)$$

$$K_{f(i+1)} = \begin{bmatrix} P_{m(i+1)}^{-1} G_m \\ G_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{\hat{\Delta}_i P_{mi}\}^{-1} G_m \\ G_m \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

と更新される. つまり, $\hat{\Delta}_i$ はそのままフィードフォワード補償器となる一方, フィードバック補償器設計のためのモデルとなる. これにより Step 3 における $\hat{\Delta}$ の同定ではフィードフォワード・フィードバック補償器の 2 つの観点からの考察が必要となる. 次節では, Step3 における $\hat{\Delta}$ の同定について述べる.

5.3 同定法

本節では 2 節の $\hat{\Delta}(s)$ の同定についてモデルの設定, 周波数重み, 入力信号について述べる.

5.3.1 予測誤差法

本章では $\hat{\Delta}(s)$ の同定に予測誤差法 [23] を用いる. まず, 予測誤差法について略説する. なお, 連続時間システムの同定は困難であるため同定においては離散時間システムを取り扱う. 実際のシステムが

$$y[kT] = \Delta^d[q]u[kT] + \mathcal{H}[q]w[kT], \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (5.18)$$

として表わせるものとする。ただし、 T はサンプリング周期、 $y[kT]$ は観測出力、 $u[kT]$ は入力、 $w[kT]$ は平均0分散 σ^2 の白色雑音であり、 $\mathcal{H}[q]$ は誤差モデルである。このとき、パラメータベクトルを θ とし、 $\Delta^d[q], \mathcal{H}[q]$ の推定値をそれぞれ $\hat{\Delta}^d[q, \theta], \hat{\mathcal{H}}[q, \theta]$ として(5.18)式のモデルを

$$y[kT] = \hat{\Delta}^d[q, \theta]u[kT] + \hat{\mathcal{H}}[q, \theta]\varepsilon[kT, \theta] \quad (5.19)$$

とするとき、予測誤差同定法は予測誤差 $\varepsilon[kT, \theta]$

$$\varepsilon[kT, \theta] = \frac{1}{\hat{\mathcal{H}}[q, \theta]} \{y[kT] - \hat{\Delta}^d[q, \theta]u[kT]\} \quad (5.20)$$

に適当な重み $\mathcal{L}[q]$ を施した $\varepsilon_f[kT, \theta]$

$$\varepsilon_f[kT, \theta] = \mathcal{L}[q]\varepsilon[kT, \theta] \quad (5.21)$$

に対して、

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \frac{T}{N} \sum_{k=1}^N \varepsilon_f^2[kT, \theta] \quad (5.22)$$

を求める同定法である。ただし、(5.3)式との対応関係から予め T をつけ加えた。ここで、 $N \rightarrow \infty$ とすると、

$$\hat{\theta} \rightarrow \theta^* := \arg \min_{\theta} J_{ident} \quad (5.23)$$

$$J_{ident} := \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{T}{N} \sum_{k=1}^N \varepsilon_f^2[kT, \theta] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{T}{N} \sum_{k=1}^N \left[\frac{\mathcal{L}}{\hat{\mathcal{H}}} \{(\Delta^d - \hat{\Delta}^d)u[kT] + \mathcal{H}w[kT]\} \right]^2 \quad (5.24)$$

となる。

5.3.2 $\hat{\Delta}$ の同定

本章における $\hat{\Delta}$ の同定問題に戻る。 i 回目の補償器が(5.14), (5.15)式で表わされたのに対し、 $(i+1)$ 回目の補償器は(5.16), (5.17)式のように更新されることから、応答 $y_{p(i+1)}(t)$ は

$$y_{p(i+1)}(t) = \frac{\Delta_i \hat{\Delta}_i^{-1} + PK_{b(i+1)}}{1 + PK_{b(i+1)}} G_m r(t) + \frac{P}{1 + PK_{b(i+1)}} W w(t) \quad (5.25)$$

となり、評価指標 J_{global} は

$$J_{global} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \left\{ \frac{\Delta_i \hat{\Delta}_i^{-1} - 1}{1 + PK_{b(i+1)}} G_m r(t) + \frac{P}{1 + PK_{b(i+1)}} W w(t) \right\}^2 dt \quad (5.26)$$

となるので、フィードフォワード補償器 $K_{f(i+1)}$ を設計することは、上式の $r(t)$ に関する積分項を小さくすることから

$$\hat{\Delta}_i = \arg \min_{\hat{\Delta}} J^{FF} \quad (5.27)$$

$$\begin{aligned}
J^{FF} &:= \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \left\{ \frac{\Delta_i \hat{\Delta}_i^{-1} - 1}{1 + PK_{b(i+1)}} G_m r(t) + H_{(i+1)} w(t) \right\}^2 dt \\
&\simeq \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \left\{ \frac{1}{\hat{\Delta}_i} \frac{\Delta_i - \hat{\Delta}_i}{1 + PK_{bi}} G_m r(t) + H_i w(t) \right\}^2 dt
\end{aligned} \quad (5.28)$$

となる $\hat{\Delta}_i$ を見つけることとほぼ等価である。つまり、フィードフォワード補償器の観点からの $\hat{\Delta}_i$ の同定問題は(5.28)式を最小化する $\hat{\Delta}_i$ を求めることであり、これはすなわち、フィードフォワード補償器の目的とほぼ等価である。ただし、ここでは $K_{b(i+1)}$ の設計には $\hat{\Delta}_i$ が必要となることからこれは利用不可能であり、代わりに K_{bi} を用いた。また、

$$H_i(s) := \frac{P}{1 + PK_{bi}} W \quad (5.29)$$

とした。

つぎに、フィードバック補償器の観点から考察する。フィードバック補償器 $K_{b(i+1)}$ は

$$J_{\text{control}}(P_{m(i+1)}, K_{b(i+1)}) = \left\| \frac{P_{m(i+1)}}{1 + P_{m(i+1)}K_{b(i+1)}} W_c \right\|_2^2 = \left\| \frac{\hat{\Delta}_i P_{mi}}{1 + \hat{\Delta}_i P_{mi} K_{b(i+1)}} W_c \right\|_2^2 \quad (5.30)$$

を最小化していることから、これを(5.10)式の右辺第2項と見比べ、

$$\begin{aligned}
\frac{P}{1 + PK_{b(i+1)}} - \frac{\hat{\Delta}_i P_{mi}}{1 + \hat{\Delta}_i P_{mi} K_{b(i+1)}} &= \frac{(\Delta_i - \hat{\Delta}_i) P_{mi}}{(1 + \Delta_i P_{mi} K_{b(i+1)})(1 + \hat{\Delta}_i P_{mi} K_{b(i+1)})} \\
&\simeq \frac{(\Delta_i - \hat{\Delta}_i) P_{mi}}{(1 + \Delta_i P_{mi} K_{bi})(1 + \hat{\Delta}_i P_{mi} K_{bi})}
\end{aligned} \quad (5.31)$$

が H_2 ノルムの意味で小さいことが望ましい[3]。すなわち、フィードバック補償器の観点による $\hat{\Delta}_i$ の同定問題は(5.31)式を H_2 ノルムの意味で最小化する $\hat{\Delta}_i$ を求める問題として扱うことにする。

以下では、これらのことを考慮に入れ、フィードフォワード・フィードバック補償器2つの観点からの同定法、周波数重みの選択について述べる。なお、周波数重みについては文献[16]と同様に予測誤差同定法の観点から決定する。

$K_f(s)$ 設計のための同定

フィードフォワード補償器の観点からは、(5.27)式の $\hat{\Delta}_i$ を求めることであった。しかし、連続時間システムの同定は困難であるため、離散時間システムに変換し予測誤差問題に帰着させて $\hat{\Delta}_i$ を同定した後、連続時間システムに変換するという手順を踏む。このため、以下ではサンプラとホールダによって離散化されるシステムをカリグラフ体で表わし、具体的には次式の表現を用いる。

$$\begin{aligned}
P_{mi}(s) &\rightarrow P_{mi}[q] & P(s) &\rightarrow \mathcal{P}[q] & K_{bi}(s) &\rightarrow \mathcal{K}_{bi}[q] & G_m(s) &\rightarrow \mathcal{G}_m[q] \\
\Delta_i(s) &\rightarrow \Delta_i^d[q] & H_i(s) &\rightarrow \mathcal{H}_i[q] & W(s) &\rightarrow \mathcal{W}[q]
\end{aligned}$$

また, (5.28) 式の J^{FF} を

$$J^{FF} \simeq \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{T}{N} \sum_{k=0}^N \left\{ \frac{1}{\hat{\Delta}_i^d} \frac{\Delta_i^d - \hat{\Delta}_i^d}{1 + \mathcal{P}K_{bi}} \mathcal{G}_m r[kT] + \mathcal{H}_i w[kT] \right\}^2 \quad (5.32)$$

で近似する. ここで,

$$\begin{aligned} Y_{FF}[kT] &:= \frac{1}{1 + \mathcal{P}_{mi}K_{bi}} y_{pi}[kT] \\ &= \frac{1}{1 + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi}K_{bi}} \left\{ \Delta_i^d \mathcal{G}_m r[kT] + \frac{\Delta_i^d \mathcal{P}_{mi}}{1 + \mathcal{P}_{mi}K_{bi}} \mathcal{W} w[kT] \right\} \end{aligned} \quad (5.33)$$

$$\begin{aligned} U_{FF}[kT] &:= \mathcal{G}_m r[kT] - \frac{\mathcal{P}_{mi}K_{bi}}{1 + \mathcal{P}_{mi}K_{bi}} y_{pi}[kT] \\ &= \frac{1}{1 + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi}K_{bi}} \left\{ \mathcal{G}_m r[kT] - \frac{\mathcal{P}_{mi}K_{bi} \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi}}{1 + \mathcal{P}_{mi}K_{bi}} \mathcal{W} w[kT] \right\} \end{aligned} \quad (5.34)$$

となる $Y_{FF}[kT], U_{FF}[kT]$ を考える (Fig.5.2参照). これらの間には

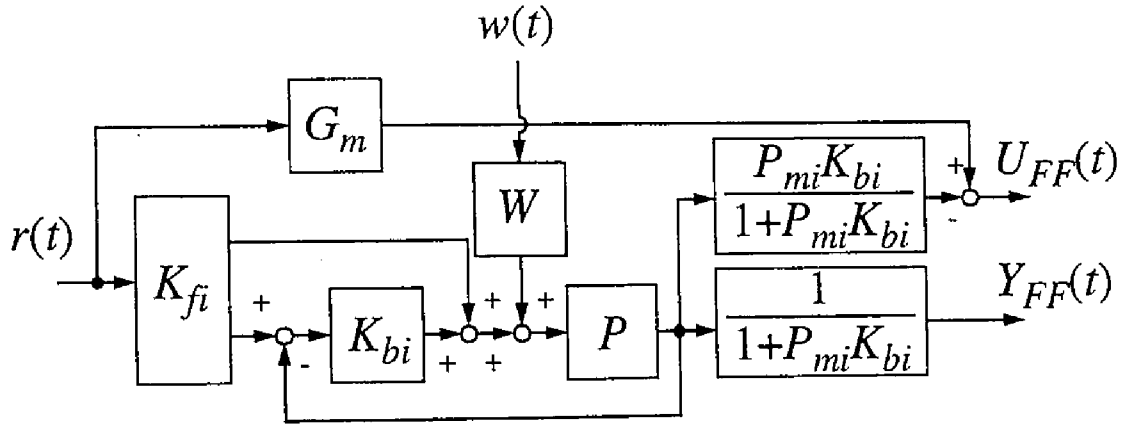


Fig. 5.2: Identification for K_f

$$Y_{FF}[kT] = \Delta_i^d[q] U_{FF}[kT] + \mathcal{H}_d[q] w[kT] \quad (5.35)$$

$$\mathcal{H}_d[q] := \frac{\Delta_i^d \mathcal{P}_{mi}}{1 + \mathcal{P}_{mi}K_{bi}} \mathcal{W} \quad (5.36)$$

の関係が成り立つ. このとき $\mathcal{H}_d[q]$ の推定値 $\hat{\mathcal{H}}_d[q, \theta]$ を用いて (5.35) 式のモデルを

$$Y_{FF}[kT] = \hat{\Delta}_i^d[q, \theta] U_{FF}[kT] + \hat{\mathcal{H}}_d[q, \theta] w[kT] \quad (5.37)$$

とし、適当な周波数重み $\mathcal{L}_{FF}[q]$ を用いて予測誤差法により $\hat{\Delta}_i^d[q, \theta]$ を同定すると、

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} J_{ident}^{FF}(\theta) \quad (5.38)$$

$$\begin{aligned} J_{ident}^{FF}(\theta) &:= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{T}{N} \sum_{k=1}^N \left[\frac{\mathcal{L}_{FF}}{\hat{\mathcal{H}}_d} \left\{ (\Delta_i^d - \hat{\Delta}_i^d) U_{FF}[kT] + \mathcal{H}_d w[kT] \right\} \right]^2 \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{T}{N} \sum_{k=1}^N \left[\frac{\mathcal{L}_{FF}}{\hat{\mathcal{H}}_d} \left\{ \frac{\Delta_i^d - \hat{\Delta}_i^d}{1 + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi}} \mathcal{G}_{mr}[kT] + \frac{1 + \hat{\Delta}_i^d \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi}}{1 + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi}} \mathcal{H}_d w[kT] \right\} \right]^2 \end{aligned} \quad (5.39)$$

となる。これを (5.32) 式と見比べ、

$$1 + \hat{\Delta}_i^d \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi} \simeq 1 + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi}, \quad \hat{\mathcal{H}}_d \simeq \mathcal{H}_d \quad (5.40)$$

となる $\hat{\Delta}_i^d[q], \hat{\mathcal{H}}_d[q]$ が同定されることを仮定すると

$$\mathcal{L}_{FF}[q] = \mathcal{H}_d[q] \cdot \frac{1}{\hat{\Delta}_i^d} \simeq \frac{\mathcal{P}_{mi}}{1 + \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi}} \mathcal{W} \quad (5.41)$$

と選ぶことで、

$$J_{ident}^{FF} \simeq J^{FF} \quad (5.42)$$

となる。このように、(5.8) 式の Δ の表記と (5.33), (5.34) 式で表わされる $Y_{FF}[kT], U_{FF}[kT]$, (5.41) 式の $\mathcal{L}_{FF}[q]$ を用いることで補償器 $K_{f(i+1)}$ を設計する問題が予測誤差問題に帰着された。これにより $K_{f(i+1)}$ が直接設計可能となる。

$K_b(s)$ 設計のための同定

フィードバック補償器のための $\hat{\Delta}_i$ は (5.31) 式を小さくするのが目的であった。ここで、 $K_{b(i+1)}$ は利用不可能であることから代わりに K_{bi} を使い、また、前節と同様の考察から離散時間領域の表現を用い Fig.5.3 のような閉ループ系から得られる応答 $y[kT], u[kT]$ に対して

$$Y_{FB}[kT] := \frac{1}{1 + \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi}} y[kT] = \frac{\Delta_i^d \mathcal{P}_{mi} \bar{r}[kT] + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi} \mathcal{W} w[kT]}{(1 + \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi})(1 + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi})} \quad (5.43)$$

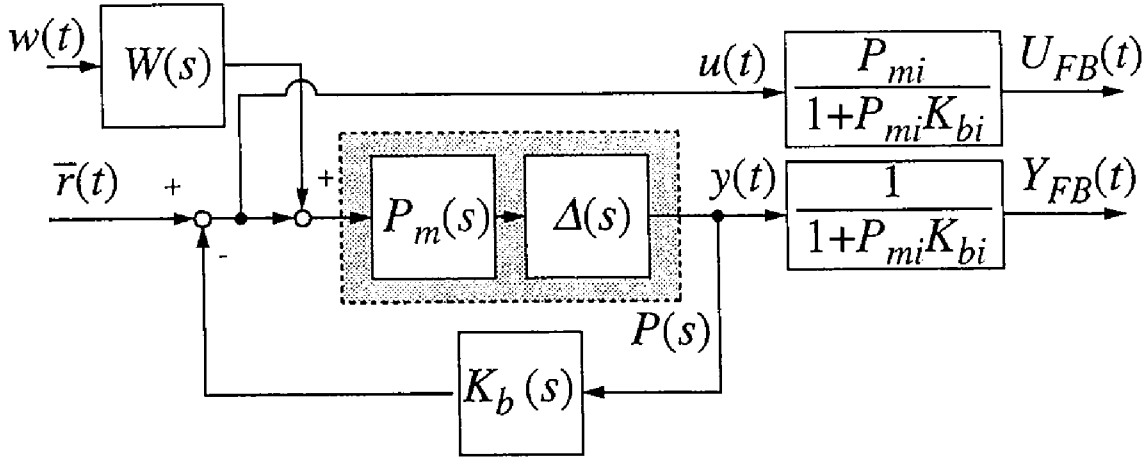
$$U_{FB}[kT] := \frac{\mathcal{P}_{mi}}{1 + \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi}} u[kT] = \frac{\mathcal{P}_{mi} \bar{r}[kT] - \mathcal{P}_{mi} \cdot \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi} \mathcal{W} w[kT]}{(1 + \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi})(1 + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi})} \quad (5.44)$$

となる $Y_{FB}[kT], U_{FB}[kT]$ を考え、これらを用いて $\hat{\Delta}_i^d[q]$ を同定することを考える。これらの間には

$$Y_{FB}[kT] = \Delta_i^d[q] U_{FB}[kT] + \mathcal{H}_d[q] w[kT] \quad (5.45)$$

の関係があることから ($\mathcal{H}_d[q]$ は (5.36) 式のものをういた), $\Delta_i^d[q], \mathcal{H}_d[q]$ の推定値を $\hat{\Delta}_i^d[q, \theta], \hat{\mathcal{H}}_d[q, \theta]$ とし、

$$Y_{FB}[kT] = \hat{\Delta}_i^d[q, \theta] U_{FB}[kT] + \hat{\mathcal{H}}_d[q, \theta] \varepsilon[kT, \theta] \quad (5.46)$$

Fig. 5.3: Identification for K_b

のモデルから適当な重み $\mathcal{L}_{FB}[q]$ を用いて予測誤差法により $\hat{\Delta}_i^d[q, \theta]$ を同定すると,

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} J_{ident}^{FB}(\theta) \quad (5.47)$$

$$\begin{aligned} J_{ident}^{FB}(\theta) &:= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{T}{N} \sum_{k=1}^N \left[\frac{\mathcal{L}_{FB}}{\hat{\mathcal{H}}_d} \left\{ (\Delta_i^d - \hat{\Delta}_i^d) U_{FB}[kT] + \mathcal{H}_d w[kT] \right\} \right]^2 \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{T}{N} \sum_{k=1}^N \left[\frac{\mathcal{L}_{FB}}{\hat{\mathcal{H}}_d} \left\{ \frac{(\Delta_i^d - \hat{\Delta}_i^d) \mathcal{P}_{mi}}{(1 + \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi})(1 + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi})} \bar{r}[kT] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{(1 + \hat{\Delta}_i^d \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi}) \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi}}{(1 + \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi})(1 + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi})} \mathcal{W} w[kT] \right\} \right]^2 \end{aligned} \quad (5.48)$$

となる。これは (5.40) 式を仮定すると

$$\begin{aligned} J_{ident}^{FB}(\theta) &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{T}{N} \sum_{k=1}^N \left[\mathcal{L}_{FB} \left\{ \frac{(\Delta_i^d - \hat{\Delta}_i^d) \mathcal{P}_{mi}}{(1 + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi})(1 + \hat{\Delta}_i^d \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi})} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left(\frac{1 + \hat{\Delta}_i^d \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi}}{\mathcal{W} \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi}} \bar{r}[kT] \right) + w[kT] \right\} \right]^2 \end{aligned} \quad (5.49)$$

となることから, $\bar{w}[kT]$ を平均 0 分散 $\bar{\sigma}^2$ の白色雑音として, $\Phi_{\bar{r}}, \Phi_{\bar{w}}$ をそれぞれ \bar{r}, \bar{w} のパワースペクトルとすると

$$\Phi_{\bar{r}} = \left| \frac{\mathcal{W} \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi}}{1 + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi}} \right|^2 \Phi_{\bar{w}} \quad (5.50)$$

すなわち

$$\bar{r}[kT] = \frac{\mathcal{W} \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi}}{1 + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi}} \bar{w}[kT] = \frac{\mathcal{W} \mathcal{P}}{1 + \mathcal{P} \mathcal{K}_{bi}} \bar{w}[kT] \quad (5.51)$$

とし,

$$\mathcal{L}_{FB}[q] = 1 \quad (5.52)$$

とすると, $w[kT], \bar{w}[kT]$ は白色雑音であることから

$$J_{ident}^{FF} = \left\| \frac{(\Delta_i^d - \hat{\Delta}_i^d)P_{mi}}{(1 + \Delta_i^d P_{mi} K_{bi})(1 + \hat{\Delta}_i^d P_{mi} K_{bi})} \right\|_2^2 \simeq \left\| \frac{(\Delta_i - \hat{\Delta}_i)P_{mi}}{(1 + \Delta_i P_{mi} K_{bi})(1 + \hat{\Delta}_i P_{mi} K_{bi})} \right\|_2^2 \quad (5.53)$$

となり, $\hat{\Delta}_i$ 同定のための評価を (5.31) 式の評価とすることが可能となる.

これらのことをまとめると, フィードフォワード補償器の観点による $\hat{\Delta}(s)$ の同定では, (5.33), (5.34) 式の $Y_{FF}[kT], U_{FF}[kT]$, (5.41) 式の $\mathcal{L}_{FF}[q]$ を用いて, (5.39) 式の J_{ident}^{FF} を最小にする $\hat{\Delta}$ を同定し, また, フィードバック補償器の観点では (5.51) 式より, 設計者の与えた白色入力 $\bar{w}[kT]$ によりあらかじめ $\bar{r}[kT]$ を得て, これを用いて得られる (5.43), (5.44) 式の $Y_{FB}[kT], U_{FB}[kT]$ から, (5.49) 式の J_{ident}^{FB} を最小にする $\hat{\Delta}$ を予測誤差法により求めることで同定の評価が J_{global} と深く関連したものになる. ただし, $Y_{FF}, U_{FF}, Y_{FB}, U_{FB}$ は全て実験によって得られた応答に既知のフィルタを施したものであり, 容易に得られることに言及しておく. しかし, 本来同定すべき $\hat{\Delta}$ は同一のものであり, 1 つの $\hat{\Delta}$ を同定することが自然と思われる. そこで, 2 つの観点に対し重み α を用い, (5.36) 式の $\mathcal{H}_d[q]$ の推定値 $\hat{\mathcal{H}}_d[q]$ を用いて

$$\begin{bmatrix} \tilde{Y}_{FF}[kT] \\ \alpha Y_{FB}[kT] \end{bmatrix}^T = \hat{\Delta}^d[q, \theta] \begin{bmatrix} \tilde{U}_{FF}[kT] \\ \alpha U_{FB}[kT] \end{bmatrix}^T + \hat{\mathcal{H}}_d[q, \theta] \begin{bmatrix} w[kT] \\ w[kT] \end{bmatrix}^T \quad (5.54)$$

$$\tilde{Y}_{FF}[kT] := \mathcal{L}_{FF}[q] Y_{FF}[kT] \quad (5.55)$$

$$\tilde{U}_{FF}[kT] := \mathcal{L}_{FF}[q] U_{FF}[kT] \quad (5.56)$$

から $\hat{\Delta}$ を同定する. ただし, α は適当な定数である. また, Δ の同定では (5.28), (5.31) 式のように $K_{b(i+1)}$ の代わりに K_{bi} を用いた. このため, $\hat{\Delta}_i$ は K_{bi} の意味で Δ_i を良く近似しており, $K_{b(i+1)}$ の意味ではやや変化が生じることが予想される. そのため本設計法では繰り返しが必要となり, これは文献 [3][4] でも指摘されている.

5.3.3 考察

本設計法の特徴としては, 同定対象を (5.8) 式で表わされる Δ としたことで,

1. $\hat{\Delta}(s)$ は最小位相かつバイプロパーなシステムになり同定が容易になる.
2. フィードフォワード補償器, フィードバック補償器の両方の観点からの同定が可能となりまたその周波数重みも明確である.
3. 文献 [16] のように同定のフィルタに同定対象 $\Delta(s)$ の推定値を事前に必要とはしていない.

ということが挙げられる。ただし、(5.40) 式のような $\hat{\Delta}^d[q], \hat{\mathcal{H}}_d[q]$ が同定されることを仮定しているが、これは本来同定は $\hat{\Delta}^d[q] \simeq \Delta^d[q], \hat{\mathcal{H}}_d[q] \simeq \mathcal{H}_d[q]$ となる推定値を求めることであることから厳しい仮定とは思われない。

5.4 数値例

5.4.1 補償器の設計

つぎに数値例によって本設計法の有効性を示す。まず、制御対象 $P(s)$ に対してモデル $P_{m0}(s)$ が次式のように与えられたとする。

$$P_{m0}(s) = \frac{900(s+2)}{(s-18)(s+10)^2} \quad (5.57)$$

$$P(s) = \frac{675(s+2)}{(s-15)(s+9)(s+10)} \cdot \frac{3640}{(s-a)(s-\bar{a})} \quad (5.58)$$

$$a = -15 + 60j \quad (5.59)$$

また、希望モデル $G_m(s)r(t)$ を次式のように設定した。

$$G_m(s) = \frac{1600}{(s+40)^2}, \quad r(t) : \text{ステップ目標値} \quad (5.60)$$

これらのシステムをサンプリングタイム T で離散化したものを離散時間表現とする。たとえば、 $P[q]$ は $P(s)$ を T で離散化したものである。また、(5.57) 式の $P_{m0}(s)$ は 2 節の仮定を満たしていない (不安定極と相対次数の不一致) が、ここでは本設計法のロバスト性などの確認のためこのように設定した。まず、 P_{m0} を用いて (5.4) 式から H_2 制御則により補償器 $K_{b0}(s)$ を設計する。しかし、(5.4) 式の評価は H_2 制御則の標準的仮定を満たしていないため、

$$K_{b0} = \arg \min_K \bar{J}_{control}(P_{m0}, K) \quad (5.61)$$

$$\bar{J}_{control}(P, K) = \left\| \begin{array}{c} \beta W_c \frac{P}{1 + PK} \\ \bar{W}_c \frac{1}{1 + PK} \end{array} \right\|_2^2 \quad (5.62)$$

$$W_c(s) = \frac{90}{s}, \quad \bar{W}_c(s) = \frac{140(s+5)}{(s+1000)}, \quad \beta = 1 \quad (5.63)$$

から $K_{b0}(s)$ を設計した。また、 $\beta = 1$ で設計した $K_{b0}(s)$ では P の安定化ができなかったため $\beta = 0.33$ とした。つぎに、前述の考察から $\hat{\Delta}$ を同定する。このときの同定実験の条件を以下に示す。

- ・実験時間 : 1(sec) ・サンプリングタイム : 2(msec)
- ・データ数 : 500(個) ・同定モデル : BJ モデル

また、本文中では $P(s)$ の入端のみに加わる雑音を考えたが、ここではより実際的な場合を考え $P(s)$ の入力端、出力端の両方にそれぞれ

$$d_i(t) := W_i w_i(t), \quad d_o(t) := W_o w_o(t) \quad (5.64)$$

の雑音を加わるものとする。ただし、 w_i, w_o は平均 0 分散がそれぞれ σ_i^2, σ_o^2 の白色雑音であり、また簡単のため $W_i(s) = W_o(s) = 1$ とした。

つぎに、モデル $P_{m1}(s)$ を

$$P_{m1}(s) = \hat{\Delta}(s)P_{m0}(s) \quad (5.65)$$

とし、 $K_{b1}(s)$ を設計した。このとき (5.62) 式の $\beta = 1$ で $K_{b1}(s)$ は $P(s)$ の安定化が可能であった。さらに、同様の手順を繰り返すことで $K_{b2}(s)$ を得た ($\beta = 1$ を用いた)。このときの $P(s), P_{m0}(s), P_{m2}(s)$ のゲイン特性を Fig.5.4 に、また

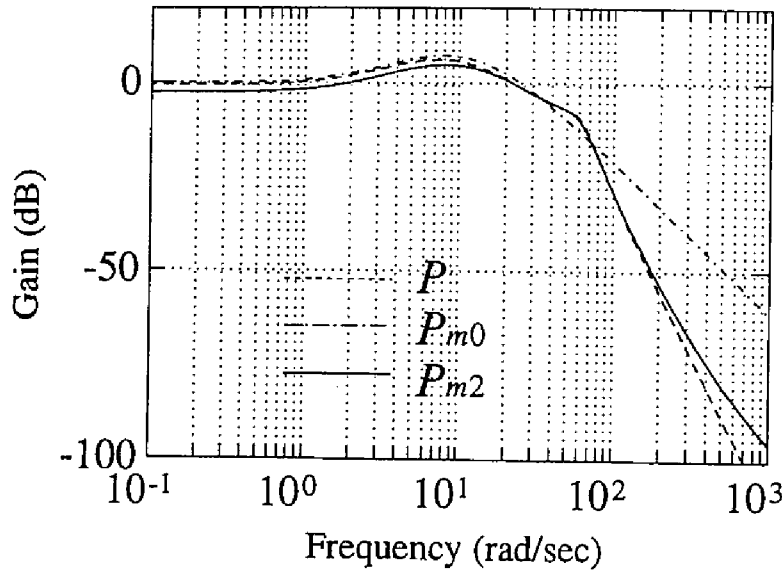


Fig. 5.4: Gain plots of plant and models

$$y_m(t) = G_m r(t) \quad (5.66)$$

$$y_{pi}(t) = \frac{PP_{mi}^{-1} + PK_{bi}}{1 + PK_{bi}} r(t) + \frac{P}{1 + PK_{bi}} d_i(t) + \frac{1}{1 + PK_{bi}} d_o(t) \quad (5.67)$$

の応答を Fig.5.5 に示す。このように、交差周波数帯域付近で正しい同定が行え、希望モデルに近い応答が実現できた様子が理解できる。

5.4.2 従来法との比較

つぎに、本設計法 (以下方法 1 と呼ぶ) と Schrama らによって提案されている方法 [16] (以下方法 2 と呼ぶ) を比較することで、方法 1 の有効性を検証する。これらの方法の問題設

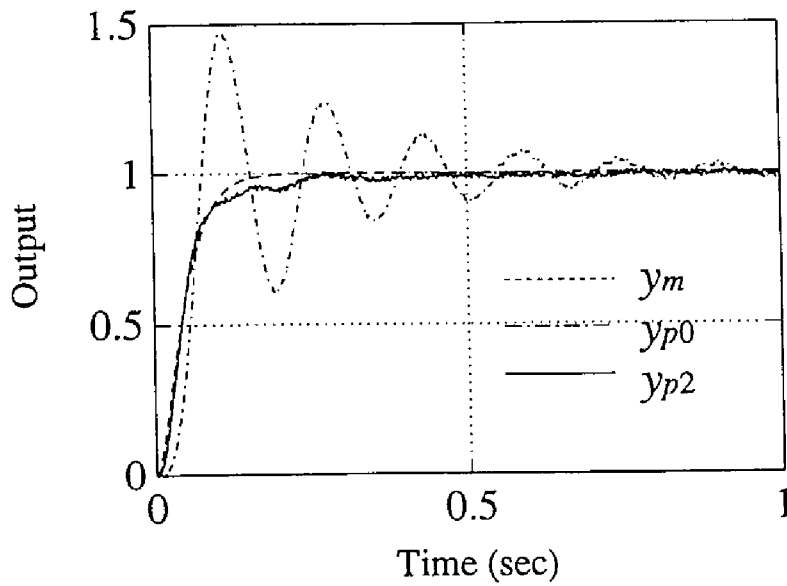


Fig. 5.5: Step responses

定にはやや相違があり，完全な比較は行えないので閉ループ同定の部分だけの比較を行う．方法 2 についての詳細は省略し結果だけ示すと，Fig.5.3の閉ループ系から得られる応答 $y(t), u(t)$ を用いて，

$$y[kT] = P_{m1}[q, \theta]u[kT] + \mathcal{H}_s[q]\varepsilon[kT, \theta] \quad (5.68)$$

として，

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{T}{N} \sum_{k=1}^N \{\mathcal{L}[q]\varepsilon[kT, \theta]\}^2 \quad (5.69)$$

$$\mathcal{L}(q) = \frac{1}{1 + \hat{P}_m[q]\mathcal{K}_{b0}[q]} \quad (5.70)$$

$\hat{P}_m[q]$: $P_{m1}[q]$ の推定値 (事前情報として必要)

から直接 $P_{m1}[q]$ を同定する方法である．ここで， $\hat{P}_m[q]$ としては $P_{m0}[q]$ を用いた．このときの結果を Fig.5.6に示す．また， P_{m1} を用いて設計した K_{b1} では P の安定化は困難であった．これは P が不安定なシステムであるのに対し， P_{m1} は安定なシステムとして得られたこと，また P_{m1} の次数や相対次数の選択が難しいことなどが考えられる．このことから方法 1 の有効性が理解できる．

5.5 おわりに

本章では，補償器と同定の統合化設計の観点から閉ループ同定の立場にたち，同定を容易にするために同定対象を制御対象それ自体に限定せず，設計仕様を陽に表わせるような

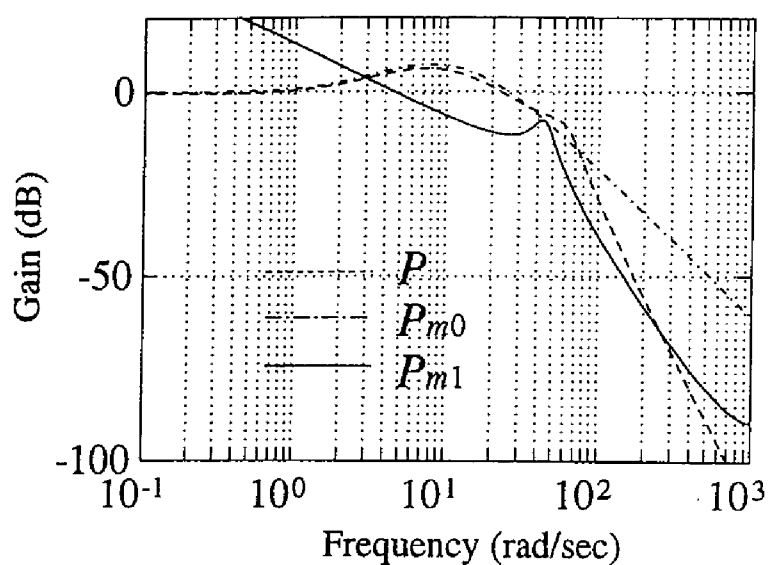


Fig. 5.6: Gain plots of plant and models (method 2)

適切な変形を施した形にすることを提案し、2自由度制御系の観点からその設計法を示した。特に、同定対象を(5.8)式の Δ とすることで、フィードバック・フィードフォワード補償器の両方の観点からの同定が可能になり、また、設計仕様を反映した周波数重みの合理的選択を行った。さらに、数値例によって従来法との比較を含め、提案手法の有効性を示した。

第 6 章

雑音と入力は無相関性を利用した部分空間同定法

6.1 はじめに

1 章で述べたように、従来のパラメトリックな同定法は予測誤差法が中心であった。この方法はシステムの伝達関数表現に基づいており、モデルを出力誤差モデルとして同定すると非線形最適化法などを必要とするため計算量は多く、さらに、数値的悪条件に陥りやすいなどといった問題点を有している。また、同定対象となるシステムはスカラ系であり、多入出力の系への応用は容易ではない。一方、近年新たな同定法として部分空間同定法が提案された。この方法はシステムの状態空間表現モデルに基づいており、多入出力系への応用が容易であって、さらに計算には QR 分解・特異値分解といった数値的に安定なものをを用いることから、従来の同定法にかわる手法として注目を集めている。しかし、この方法には雑音に敏感であること・一度に取り扱う行列の大きさが膨大で計算がやや非現実的であることといった問題点がある。

そこで本章では、Verhaegen らによって提案された MOESP 法 [24] に対して、雑音の低減化と扱う行列の大きさの縮小化を同時に行う方法を提案する。この方法では部分空間同定法に対して、従来の雑音の低減化を目的とした演算を施すことで、同時に行列の圧縮が達成されることを利用しており、計算量の軽減化を目的とした実際的な方法であるといえる。なお本章では記号に (1.18) 式の定義を用いる。

6.2 問題設定

本章では、(1.9), (1.10) 式の状態方程式で表される m 入力 l 出力, n 次のシステムを考える。ただし、 $w[k]$, $v[k]$ は雑音であり、平均が 0 で分散がそれぞれ σ_w^2 , σ_v^2 に従う白色雑音

とする。さらに、これらは入力 $u[k]$ と相関がないものとする。すなわち、

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N w[k+i]u[k]^T = 0, \quad \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N v[k+i]u[k]^T = 0 \quad (6.1)$$

がすべての整数 i で成り立つことを仮定する。このとき、 $x[k]$, $y[k]$ は入力 $u[k]$ による確定的な部分 $x^d[k]$, $y^d[k]$ と雑音による確率的な部分 $x^s[k]$, $y^s[k]$ にわけることができ、次式が成り立つ。

$$x[k] = x^d[k] + x^s[k], \quad y[k] = y^d[k] + y^s[k] \quad (6.2)$$

$$x^d[k+1] = Ax^d[k] + Bu[k], \quad x^s[k+1] = Ax^s[k] + w[k] \quad (6.3)$$

$$y^d[k] = Cx^d[k] + Du[k], \quad y^s[k+1] = Cx^s[k] + v[k] \quad (6.4)$$

このとき、本章の目的は雑音を含む入出力データ ($u[k]$, $y[k]$ $k = 1, 2, \dots$) から (1.9), (1.10) 式と同値なシステム

$$(\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}) := (T^{-1}AT, T^{-1}B, CT, D) \quad (6.5)$$

を求めることにある。ただし、 $T \in \mathbf{R}^{n \times n}$ は適当な正則な行列である。また、以下では簡単のため \hat{A} , \hat{B} , \hat{C} , \hat{D} を単に A , B , C , D と記述する。

6.3 従来法

本節では従来の部分空間同定法 [24] について簡単に説明し、その問題点を指摘する。

6.3.1 入出力方程式

まず、部分空間同定法の基本式を導出する。(1.9), (1.10) 式より

$$y[k] = Cx[k] + Du[k] + v[k] \quad (6.6)$$

$$y[k+1] = CAx[k] + Du[k+1] + CBu[k] + v[k+1] \quad (6.7)$$

\vdots

$$y[k+i-1] = CA^{i-1}x[k] + Du[k+i-1] + \sum_{j=2}^i CA^{i-j}Bu[k+i-j] + v[k+i-1] \quad (6.8)$$

が成り立ち、この関係を用いると

$$Y = \Gamma X^d + HU + S \quad (6.9)$$

$$S := \Gamma X^s + V \quad (6.10)$$

が成り立つ。ただし、 S は雑音を表わす項で、 Y , U , V は (1.11) 式の構造を持ち、それぞれ $y[k]$, $u[k]$, $v[k]$ より構成されるブロックハンケル行列、 X^d , X^s は (1.12) 式の構造を持ち、

$x^d[k]$, $x^s[k]$ より構成される行列である。また, Γ , H は(1.13)式によって定義される行列であり, $i(> n)$ は設計パラメータ, N はデータ数に依存する値である。ここで,

$$\text{rank}(U) = mi \quad (6.11)$$

を仮定する。

6.3.2 同定法

(6.9)式において Y を U と U^\perp の行空間に射影することを考える。このとき,

$$Y/U = \Gamma X^d/U + HU + S/U \quad (6.12)$$

$$Y/U^\perp = \Gamma X^d/U^\perp + S/U^\perp \quad (6.13)$$

となり, 雑音が小さければ

$$\|\Gamma X^d/U + HU\|_F \gg \|S/U\|_F \quad (6.14)$$

$$\|\Gamma X^d/U^\perp\|_F \gg \|S/U^\perp\|_F \quad (6.15)$$

が成り立つ。このとき, Γ は拡大可観測行列であり, X^d はシステムの状態変数を並べた行列であるので

$$\text{rank}\Gamma = n, \quad \text{rank}X^d = n \quad (6.16)$$

が成り立ち, さらに(6.11)式の仮定から

$$\text{rank}(\Gamma X^d/U^\perp) = n \quad (6.17)$$

となるので, (6.13)式からシステムの次数と Γ が求められ, C , A が同定可能となる。さらに, Γ を用いて(6.12)式から B , D が求められる。詳しいアルゴリズムについては1章に示される。しかし, 雑音が小さくない場合, (6.14), (6.15), (6.16)式が成り立たないため正しい同定を行うことは難しい。この場合には(6.9)式においてあらかじめ雑音項である S を小さくするような工夫が必要と考えられる。

6.4 提案法

前述のように, 従来法は雑音の存在により正しい結果が得られにくくなる。そこで本節では, 入力信号と雑音の無相関性を利用することにより(6.9)式よりあらかじめ確率的な要素 S を取り除く方法を提案し, これにより扱う行列の大きさが小さくなることを示す。

6.4.1 同定法

まず, (1.11) 式と同様にある α に対して次の行列を定義する.

$$Y_\alpha := \begin{bmatrix} y[\alpha+1] & y[\alpha+2] & \cdots & y[\alpha+N] \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y[\alpha+i] & y[\alpha+i+1] & \cdots & y[\alpha+i+N-1] \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

$$\bar{U} := \begin{bmatrix} u[1] & u[2] & \cdots & u[N] \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ u[\alpha+i] & u[\alpha+i+1] & \cdots & u[\alpha+i+N-1] \end{bmatrix} \quad (6.19)$$

さらに, Y_α と同様に U_α , V_α を定義し (1.12) 式と同様に X_α^d , X_α^s を定義すると

$$Y_\alpha = \Gamma X_\alpha^d + H U_\alpha + S_\alpha \quad (6.20)$$

$$S_\alpha := \Gamma X_\alpha^s + V_\alpha \quad (6.21)$$

が成り立つ. このとき (6.20) 式に対して右から $\frac{1}{N} \bar{U}^T$ をかけることを考える. このとき, $y[k]$, $x^d[k]$ は $u[k]$ と相関があり $v[k]$, $w[k]$ は $u[k]$ と無相関であることから, N が十分大きければ

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \|Y_\alpha \bar{U}^T\|_F &\neq 0, & \frac{1}{N} \|X_\alpha^d \bar{U}^T\|_F &\neq 0 \\ \frac{1}{N} \|U_\alpha \bar{U}^T\|_F &\neq 0, & \frac{1}{N} \|S_\alpha \bar{U}^T\|_F &\simeq 0 \end{aligned} \quad (6.22)$$

となる. 実際 (6.1) 式より

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \|S_\alpha \bar{U}^T\|_F \rightarrow 0 \quad (6.23)$$

が成り立つ. これより $N \rightarrow \infty$ で (6.20) 式は

$$\hat{Y} = \Gamma \hat{X} + H \hat{U} + \hat{S} \quad (6.24)$$

$$\hat{Y} := \frac{1}{N} Y_\alpha \bar{U}^T, \quad \hat{X} := \frac{1}{N} X_\alpha^d \bar{U}^T, \quad \hat{U} := \frac{1}{N} U_\alpha \bar{U}^T \quad (6.25)$$

$$\hat{S} := \frac{1}{N} S_\alpha \bar{U}^T \rightarrow 0 \quad (6.26)$$

と書き換えられ, 雑音が軽減化された入出力方程式が導かれる. 従来法では (6.9) 式の入出力方程式に基づき Y , U を用いて同定を行ったが, (6.24) 式の入出力方程式に基づいて同定を行えば雑音の影響を軽減した結果が得られる.

6.4.2 考察

\bar{U} の意味について

ここで, (6.20) 式に $\frac{1}{N} \bar{U}^T$ をかけたことについて述べる. (6.20) 式から雑音項を小さくすることを目的とすれば

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \|S_\alpha Z^T\|_F = 0 \quad (6.27)$$

を満たす任意の行列 Z をかけることによって雑音項を小さくすることは達成される。しかし、同定のためには Y_α , X_α^d , U_α の項は残さなければならないため

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \|Y_\alpha Z^T\|_F \neq 0, \quad \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \|X_\alpha^d Z^T\|_F \neq 0 \quad (6.28)$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \|U_\alpha^d Z^T\|_F \neq 0 \quad (6.29)$$

が満たされなくてはならない。これより、 Y_α , X_α^d , U_α とは相関を持ち、 S_α とは相関を持たない \bar{U} を用いることで雑音部分のみを小さくすることを目的としている。これは、従来の基本的な雑音除去の方法をうまく部分空間同定法に応用したものとなっている。

行列の圧縮

従来の部分空間同定法では (1.28) 式の QR 分解における行列は

$$\begin{bmatrix} U \\ Y \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{(m+\ell) \times N} \quad (6.30)$$

であるため、データ数を増やし $N \rightarrow \infty$ とすれば行列の列の大きさは非常に大きくなり計算機への負担は膨大なものとなる。一方、提案手法での QR 分解すべき行列は

$$\begin{bmatrix} \hat{U} \\ \hat{Y} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{(m+\ell) \times (\alpha+i)} \quad (6.31)$$

となり、列の数を定める設計パラメータ α は N とは独立に選べるため $N \rightarrow \infty$ においても計算量はあまり大きくならない。データの情報をすべて用いた方法となっている。また、De Moor らによって提案された方法 [28] も (1.28) 式と同様の大きさの QR 分解を行うため、データが増えればそれだけ計算機への負担は大きくなる。

システムのインパルス応答の生成

一般にシステムのインパルス応答を求めることは意味のあることである。ここで、提案手法ではシステムのインパルス応答列が容易に得られることを示す。入力として平均 0 分散 $\sigma_u^2 I_m$ の白色信号を用い、初期状態 $x[1] = 0$ の場合を考える。このとき仮定より次式が成り立つ。

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N u[j+k]u[k]^T = \begin{cases} \sigma_u^2 I_m & (j=0) \\ 0 & (j \neq 0) \end{cases} \quad (6.32)$$

ただし、 I_m は m 次の単位行列である。さて、ここで $\frac{1}{N} Y_\alpha \bar{U}^T$ について考察する。 $y[\alpha+1]$ は

$$y[\alpha+1] = Du[\alpha+1] + \sum_{k=1}^{\alpha} CA^{\alpha-k}Bu[k] + v[\alpha+1] + \sum_{k=1}^{\alpha} CA^{\alpha-k}w[k] \quad (6.33)$$

と表わせることから, $\frac{1}{N}Y_\alpha \bar{U}^T$ の 1 から ℓ 行 1 列要素は,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{N} \begin{bmatrix} y[\alpha+1] & \cdots & y[\alpha+N] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u[1]^T \\ \vdots \\ u[N]^T \end{bmatrix} \\ &= D \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N u[\alpha+k] u[k]^T + \sum_{j=0}^{\alpha-1} \left\{ C A^{\alpha-j-1} B \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N u[j+k] u[k]^T \right\} \\ & \quad + \sum_{j=1}^{N-1} \left\{ C A^{\alpha+j-1} B \frac{1}{N} \sum_{k=j+1}^{N-j} u[k-j] u[k]^T \right\} + S \end{aligned} \quad (6.34)$$

$$\simeq \sigma_u^2 \cdot C A^{\alpha-1} B \quad (N \rightarrow \infty) \quad (6.35)$$

となる. ただし, S は雑音に関する項であり,

$$\lim_{N \rightarrow \infty} S \rightarrow 0 \quad (6.36)$$

を用いた. これをすべての行・列に拡張すると,

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} Y_\alpha \bar{U}^T \simeq \sigma_u^2 \begin{bmatrix} C A^{\alpha-1} B & \cdots & D & & 0 \\ C A^\alpha B & \cdots & C B & D & \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \ddots \\ C A^{\alpha+i-2} B & \cdots & C A^{i-2} B & C A^{i-3} & \cdots & D \end{bmatrix} \quad (6.37)$$

となり, これはマルコフパラメータかなるブロックテプリッツ行列で, このシステムのインパルス応答を時間を逆にしてならべた行列となる.

閉ループ同定への応用

閉ループ同定では一般にフィードバック補償器の影響により, システムの入力信号と雑音が相関を持つ. そのため, 提案手法をそのまま適用しても (6.23) 式が成り立たず, 雑音の軽減化は達成されない. しかし, ここで \bar{U} を用いたのは 6.4.2 節の考察によるものであることを考えれば, \bar{U} のかわりに同定のための参照入力 r によって構成される R を用いれば, 一般に参照入力と雑音は相関を持たないため, (6.27), (6.28), (6.29) 式が満たされるので, 雑音を軽減化した同定が行える.

6.5 数値例

つぎに, 提案法の有効性を数値例によって検証する. 本節では次式の伝達関数で表されるシステムを同定対象とする.

$$P = \frac{3.11 \times 10^{-2} (z + 0.20)(z - 0.95)(z - 1.03)(z + 2.78)}{(z - 0.61)(z - 0.82)^2(z - 0.86)^2} \quad (6.38)$$

このシステムに対し入力として M 系列信号を加え、16000 個のデータを用いて提案法と従来法 [24] の両方によって同定を行う。ただし、入力端には入力信号との SN 比が 0.29 の白色雑音を加え、出力端には出力信号との SN 比が 0.13 の白色雑音を加えた。また、従来法では使用した計算機のメモリの関係で、1000 個のデータしか用いることができなかった。このときの、(1.31) 式の特異値の値を Table 6.1 に示す。ただし、 $\alpha = 250$ を用いた。表より σ_1

Table 6.1: Singular values

	σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	σ_5	...	σ_{10}
Existing method	83.2	50.8	15.6	5.74	4.89	...	4.56
Proposed method	2.62	1.53	0.46	0.061	0.021	...	0.015

から σ_4 の変化に対し、 σ_5 から σ_{10} までの変化は十分小さいので、提案手法、従来法ともに 4 次のシステムとして同定した。同定対象 P と同定されたモデルのインパルス応答を Fig. 6.1 に示す。さらに、パルス伝達関数の周波数応答を Fig. 6.2 に示す。提案手法のほうがシステ

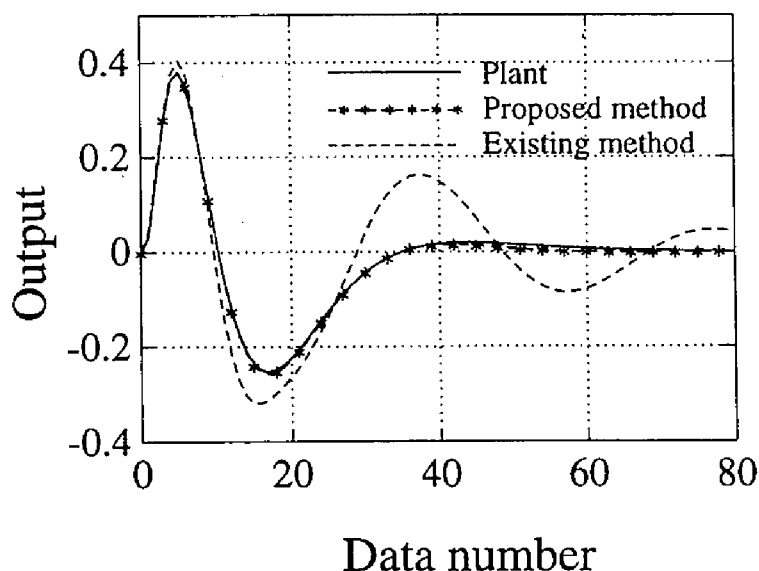


Fig. 6.1: Impulse responses

ムを正しく表現できているようすがうかがえる。これより本設計法の有効性が確認できる。

6.6 おわりに

本章では、雑音の低減化を考慮した部分空間同定法を提案した。この方法は雑音と入力信号が相関を持たないことを陽に用いた方法であり、データ数が大きい場合にも扱う行列の大きさを圧縮し計算機の負担を軽減することが可能となった。また、提案手法の有効性を数値例によって検証した。

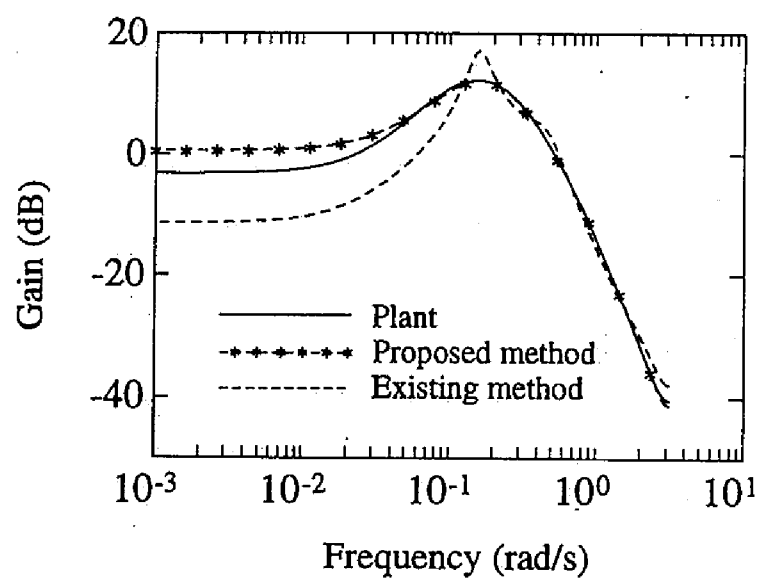


Fig. 6.2: Frequency responses

第 7 章

既知の極を構造的に取り入れた部分空間同定法

7.1 はじめに

前章では、従来の部分空間同定法に対して雑音除去を目的とした演算を施すことで、同時に扱う行列の大きさを小さくし、計算機への負担を小さくする方法を提案した。ところで、部分空間同定法の特徴の一つに、得られるモデルの状態変数は物理的意味を持たないことが挙げられる。一般に機械システムなどではシステムの極の一部（例えば積分器など）が既知な場合があるが、上述の特徴から従来の部分空間同定法ではこれらの情報を用いることはできない。さらに、前章より従来の部分空間同定法は雑音に敏感であることが明らかとなった。これは、(1.31) 式の特異値分解においてシステムのモードが雑音に隠れてしまい、これを同定することが不可能になっているものと思われる。そこで、雑音に隠れたモード、フィードバック補償器により抑制され同定できないモードに関しては、既知の情報を用いることでより正確な同定が行えるであろう。

そこで本章では、部分空間同定法に一部構造的な意味をもたせ、既知の情報を組み込むことが可能となるような方法を提案する。この方法では同定対象の極の一部が既知である場合を想定し、未知の部分のみを同定することを目的とし、この情報を部分空間同定法の枠組みにあてはまるような入出力関係式を導出して同定を行う。これにより、雑音によって同定できないモードの一部を既知の情報によって代用し、モデルの中に保存することが可能となる。

7.2 問題設定

本節では、(1.9), (1.10) 式で表される 1 入力 ℓ 出力, n 次の可制御可観測なプラント P の同定問題を考える。ただし、 $w[k]$ は平均 0 分散 σ^2 の白色雑音である。また、 $A, B, C, x[k]$

は

$$A =: \left[\begin{array}{c|c} A_{11} & 0 \\ \hline A_{21} & A_{22} \end{array} \right], \quad B =: \left[\begin{array}{c} B_1 \\ B_2 \end{array} \right], \quad C =: [C_1 \mid C_2], \quad x[k] =: \begin{bmatrix} x^1[k] \\ x^2[k] \end{bmatrix} \quad (7.1)$$

と分割可能であり, さらに, $x^1[k](k = 1, 2, \dots)$ は m 次 ($m < n$) の状態変数, A_{11}, B_1 は

$$A_{11} = \begin{bmatrix} a_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ a_2 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m-1} & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ a_m & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7.2)$$

となる正準形 [55] の構造を持つ行列で, これらはすべて既知とする. これは P の極のうち m 個が既知であることに相当する.

(注意)

- A_{11}, B_1 および入力 $u[k]$ が既知ならば $x^1[k]$ はシミュレーションなどによって得られる.
- 上述の仮定では零点の情報を用いておらず, またシステムが可制御であるため, A_{11}, B_1 に対して (7.2) 式の構造を仮定しても一般性は失われない.
- 同定すべきパラメータは $A_{21}, A_{22}, C, B_2, D$ となる.

7.3 同定法

本章ではつぎの例題を考えることで従来の部分空間同定法の問題点を明確化し, その後, 提案する同定法を述べ, 同じ例題によって比較を行う.

【例題】 連続時間領域でつぎの伝達関数によって表わされるシステム $P(s)$

$$P(s) = \frac{30(s+1.5)(s+2)}{(s+1)^2(s+3)(s+5)(s+6)} \quad (7.3)$$

をサンプリングタイム $T_s = 0.01[\text{sec}]$ で Z 変換したシステム $P[z]$ の同定問題を考える. ただし, $s = -1$ の極が 1 つと $s = -5$ の極が既知とする. また, 同定実験では振幅 1 の M 系列信号を用い, さらに, 出力端には最大振幅 2.5×10^{-3} の白色信号が観測雑音として加わるものとする.

7.3.1 従来法

まず、従来法によって同定を行う。通常の部分空間同定法ではシステムの極の一部が既知であってもこの情報を用いることができず、入出力データ $y[k]$, $u[k]$ から直接モデルを求める。従来法のアルゴリズムは1章に示されるのでここでは省略する。ここで、従来法の問題点は (1.31) 式の R_{22} の特異値分解に起因する。雑音の存在により特異値はある値よりは小さくならず、これより特異値が小さくなるシステムのモードは雑音からの分離が困難となり同定ができない。具体的にこの例題における R_{22} の特異値を Table 7.1 に示す。ただし、

Table 7.1: Singular values

		σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	σ_5	\dots	σ_{12}
Existing method	Noise Free	2.16×10^0	1.42×10^{-1}	8.25×10^{-3}	8.40×10^{-6}	1.31×10^{-8}	\dots	0
	Noise Added	2.16×10^0	1.44×10^{-1}	2.80×10^{-2}	2.76×10^{-2}	2.70×10^{-2}	\dots	1.65×10^{-2}
Proposed method	Noise Free	3.63×10^{-1}	1.28×10^{-2}	1.41×10^{-4}	0	0	\dots	0
	Noise Added	3.65×10^{-1}	2.96×10^{-2}	2.77×10^{-2}	2.75×10^{-2}	2.61×10^{-2}	\dots	1.64×10^{-2}

$\sigma_i (i = 1, 2, \dots)$ は特異値を意味する。雑音が存在しない場合に比べ、 σ_3 以降の 10^{-2} オーダの特異値は雑音の影響となるようすが理解できる。これにより、モデルの次数は2次としてしか同定できず、実際3次として同定しても結果に差は見られない。

そこでつぎに、部分空間同定法に一部構造的な意味を持たせ、 $s = -1$ と $s = -5$ の極が既知である情報を組み込む方法を提案する。また、これにより雑音から分離できないモードの一部がモデルに保存され、より正確なモデルが得られることを示す。

7.3.2 提案法

同定手順

まず、提案法の同定手順について述べる。前章と同様 Y, U を定義し、さらに $w[k]$ から W , および次式の行列を定義する。

$$\hat{\Gamma} := \begin{bmatrix} C_2 \\ C_2 A_{22} \\ \vdots \\ C_2 A_{22}^{i-1} \end{bmatrix} \quad (7.4)$$

$$X_1 := \begin{bmatrix} x^1_{[1]} & x^1_{[2]} & \dots & x^1_{[N]} \end{bmatrix}, \quad X_2 := \begin{bmatrix} x^2_{[1]} & x^2_{[2]} & \dots & x^2_{[N]} \end{bmatrix} \quad (7.5)$$

ただし,

$$\text{rank} \begin{bmatrix} X_1 \\ U \end{bmatrix} = i + m \quad (7.6)$$

を仮定する. このとき, これらの間の関係式は次式のように定式化することができる.

$$Y = \hat{\Gamma} X_2 + \begin{bmatrix} H_1 & H_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ U \end{bmatrix} + W \quad (7.7)$$

ただし,

$$H_1 := \begin{bmatrix} \Sigma_1^T & \Sigma_2^T & \cdots & \Sigma_i^T \end{bmatrix}^T \quad (7.8)$$

$$\Sigma_1 := C_1, \quad \Sigma_{j+1} := \Sigma_j A_{11} + C_2 A_{22}^{j-1} A_{21} \quad (j \geq 2) \quad (7.9)$$

であり, H_2 は第1要素が

$$\begin{bmatrix} D \\ \Sigma_1 B_1 + C_2 B_2 \\ \Sigma_2 B_1 + C_2 A_{22} B_2 \\ \vdots \\ \Sigma_{i-1} B_1 + C_2 A_{22}^{i-2} B_2 \end{bmatrix} \quad (7.10)$$

となる下三角ブロックテプリッツ行列である. また, H_1, H_2 には

$$H_1(\ell+1:i\ell,:) = H_1(1:(i-1)\ell,:)A_{11} + \Gamma(1:(i-1)\ell,:)A_{21} \quad (7.11)$$

$$H_2 = \Lambda + \widehat{H}_2 \quad (7.12)$$

の関係がある. ただし Λ は第1要素が

$$\begin{bmatrix} 0 \\ H_1(1:(i-1)\ell,:)B_1 \end{bmatrix} \quad (7.13)$$

となる下三角ブロックテプリッツ行列であり

$$\widehat{H}_2 := \begin{bmatrix} D & 0 & \cdots & 0 \\ C_2 B_2 & D & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_2 A_{22}^{i-2} B_2 & C_2 A_{22}^{i-3} B_2 & \cdots & D \end{bmatrix} \quad (7.14)$$

である. 提案法ではこれらの関係式を用いることで, システム同定を行う.

【Step 1】QR 分解 Y, U , (7.5) 式の X_1 よりつぎの QR 分解を行う.

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ U \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 \\ R_{21} & R_{22} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix} \quad (7.15)$$

ただし, Y は同定実験により得られる行列, X_1 はシミュレーションなどによって得られる行列, U は参照入力によって得られる行列であり, 全て既知である. この分解により

$$Y = \hat{R}_3 \begin{bmatrix} X_1 \\ U \end{bmatrix} + R_{33}Q_3 \quad (7.16)$$

$$\hat{R}_3 := \begin{bmatrix} R_{31} & R_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{11} & 0 \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix}^{-1} \quad (7.17)$$

の関係が成り立つ.

【Step 2】 C_2, A_{22} の同定 (7.7) 式と (7.16) 式の関係から,

$$R_{33}Q_3 = \Gamma X \Big/ \begin{bmatrix} X_1 \\ U \end{bmatrix}^\perp + W \Big/ \begin{bmatrix} X_1 \\ U \end{bmatrix}^\perp \quad (7.18)$$

となるので, 従来法と同様に R_{33} を

$$R_{33} = \begin{bmatrix} U_n & | & U_n^\perp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 & | & 0 \\ 0 & | & S_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix} \quad (7.19)$$

$$S_1 := \text{diag}\{\sigma_1, \sigma_2 \cdots \sigma_m\} \quad (7.20)$$

$$S_2 := \text{diag}\{\sigma_{m+1}, \sigma_{m+2} \cdots \sigma_n\} \quad (7.21)$$

と特異値分解することで

$$\sigma_m \gg \sigma_{m+1} \quad (7.22)$$

ならば

$$U_n = \hat{\Gamma} \quad (7.23)$$

とみなすことが可能である. これにより

$$C_2 = U_n(1:\ell,:) \quad (7.24)$$

$$A_{22} = [U_n(1:(i-1)\ell,:)]^\dagger U_n(\ell+1:i\ell,:) \quad (7.25)$$

から C_2, A_{22} が求められる.

【Step 3】 C_1, A_{21} の同定 (7.7) 式と (7.16) 式の関係から,

$$\hat{R}_{3(:,1:m)} = H_1 \quad (7.26)$$

となるので, これを用いて (7.8) 式, (7.11) 式, (7.23) 式から

$$C_1 = H_1(1:\ell,:) \quad (7.27)$$

$$A_{21} = [U_n(1:(i-1)\ell,:)]^\dagger [H_1(\ell+1:i\ell) - H_1(1:(i-1)\ell,:)A_{11}] \quad (7.28)$$

より C_1, A_{21} が求められる.

【Step 4】 B_2, D の同定 (7.12) 式の関係から,

$$(U_n^\perp)^T \hat{H}_2 = (U_n^\perp)^T (H_2 - \Lambda) = (U_n^\perp)^T (\hat{R}_3(:, m\ell+1:(m+i)\ell) - \Lambda) \quad (7.29)$$

が成り立つ。ただし, Λ は (7.13) 式, (7.26) 式から求めることが可能である。これにより,

$$\Xi := (U_n^\perp)^T (\hat{R}_3(:, m\ell+1:(m+i)\ell) - \Lambda) \quad (7.30)$$

とおくことで, 文献 [24] と同様に

$$\begin{bmatrix} \Xi(:, 1) \\ \Xi(:, 2) \\ \vdots \\ \Xi(:, i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_n^\perp(1:\ell,:)^T & \cdots & U_n^\perp((i-1)\ell+1:i\ell,:)^T \\ U_n^\perp(\ell+1:2\ell,:)^T & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ U_n^\perp((i-1)\ell+1:i\ell,:)^T & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_\ell & 0 \\ 0 & U_n(1:(i-1)\ell,:) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \\ B_2 \end{bmatrix} \quad (7.31)$$

により D, B_2 が同定可能である。これによりすべてのパラメータが同定可能となる。

同定問題

つぎに, 提案手法により例題の同定問題を解く。システムが 5 次であるのに対し既知のモードは 2 つであるので, 3 つのモードが未知となる。Table 7.1 に (7.19) 式の R_{33} の特異値を示す。前節と同様に特異値の大きさから, 未知のモードに対応するシステムは 1 次のみ同定可能となる。また, 従来法と提案手法により得られたモデルのゲイン線図を Fig. 7.1 に示す。ただし, 従来法では 2 次, 提案手法では 3 次 (既知 2 次+未知 1 次) のモデルとし

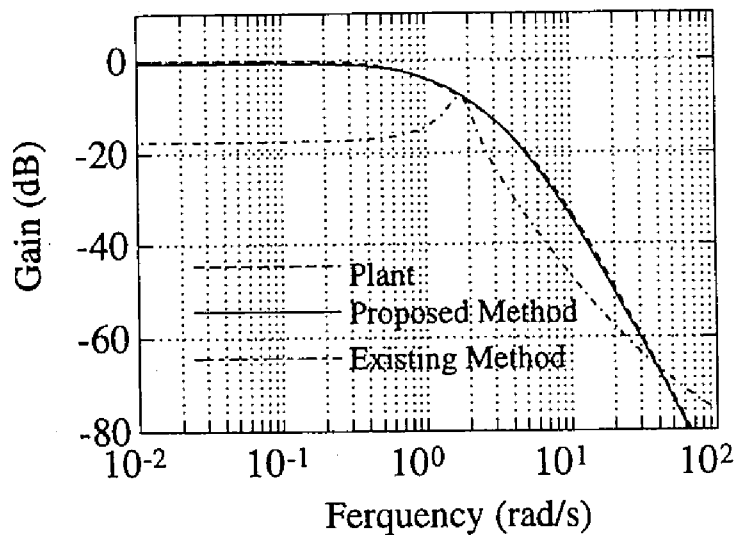


Fig. 7.1: Gain plots

た, これより提案手法の有効性が確認できる。

7.3.3 考察

提案手法が従来の部分空間同定法と大きく異なっている点は、(7.7) 式である。これは、はじめに Y の中から X_1 の空間を取り除くことに相当し、(7.19) 式で未知の部分だけを同定している。これにより、(1.28) 式からでは X_1 のモードが雑音から分離できない場合でも、これについては既知の情報としてはじめに分離しているので同定されたモデルの中に保存することが可能になる。

さらに、本同定法ではフィードバック補償器は考慮していないが (7.6) 式の条件が満たされており、さらに閉ループ系が安定に保たれ、かつ $x^1[k]$ が $u[k]$ によって安定化されていれば、閉ループ同定への応用も可能となる。特に閉ループ同定では、サンプリングタイムが短くデータの個数に制限がある場合、また補償器のゲインが高い場合には低周波帯域での同定が困難になることが多い。このような場合には低周波帯域ではモデルの情報を用い、交差周波数から高周波帯域でシステム同定を行うことによって閉ループ系のパフォーマンスを向上させることを目的とした同定が可能になると考えられる。

7.4 数値例

つぎに、より実際的なシステムにおいて提案手法の有効性を検証する。ここでは Fig.3.5 で表わされる 2 慣性共振系の閉ループ同定問題を考える。このシステムはモータの出力するトルクによって、バネで結合された円盤の回転角を制御するものであり、入力をモータのトルク、出力を円盤の回転角とする 1 入力 1 出力のシステムである。このシステムに対しパラメータを求めることで伝達関数は

$$P_m(s) = \frac{2.38 \times 10^5}{s(s + 13.6)(s + a)(s + \bar{a})} \quad (7.32)$$

$$a = 8.95 + 48.6j$$

となる。ただし、ここではこれをモデルとし、バネ定数を 0.5 倍したシステム

$$P(s) = \frac{1.19 \times 10^5}{s(s + 15.2)(s + b)(s + \bar{b})} \quad (7.33)$$

$$b = 8.15 + 32.1j$$

を実際のプラントとした。これより、このシステムは積分器を有することがわかる。また、バネ定数の変化に対してダンピングのモード $s = -13.6$ の極はあまり変化しない。そこで、ここでは $s = 0, -13.6$ を既知のモードとし、振動極のみを同定対象とした。

まず、 $P_m(s)$ と適当な周波数重みを用いて、McFarlane らによって提案されているループ整形法による H_∞ 制御 [56] によって補償器 $K_1(s)$ を設計した。このときの $P_m(s)$ と $K_1(s)$ によって構成される閉ループ系

$$G(P_m(s), K_1(s)) := \frac{P_m K_1}{1 + P_m K_1} \quad (7.34)$$

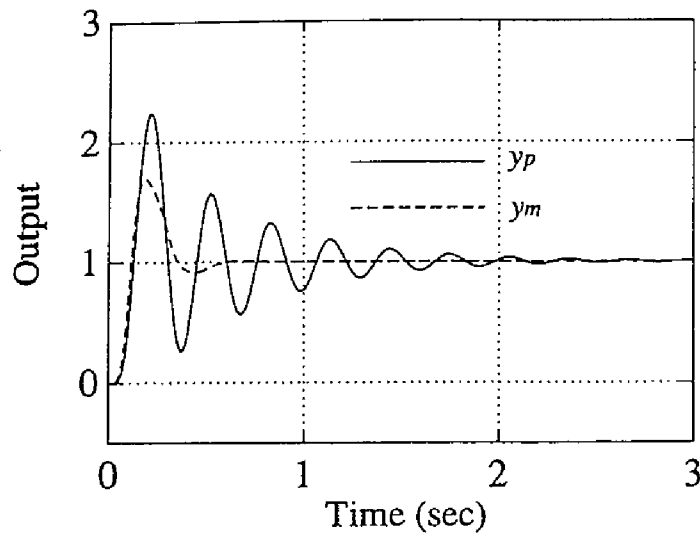


Fig. 7.2: Step responses

と, $G(P(s), K_1(s))$ のステップ応答 y_m, y_p を Fig.7.2 に示す. つぎに, 閉ループ同定実験を行い提案手法と従来法によって新たなモデルを同定した. ただし, このときの $P(s)$ の応答の最大振幅は約 0.5(rad) であったのに対し加わる雑音は振幅が 5.0×10^{-3} 程度のものとした. 3 節と同様に, このときの従来法による R_{22} , 提案手法による R_{33} の特異値を Table 7.2 に示す. ただし, 提案手法では 4 次 (既知 2 次+未知 2 次), 従来法では 3 次のモデルと

Table 7.2: Singular values (2 mass-spring system)

	σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	σ_5	...	σ_{12}
Existing method	5.62 $\times 10^0$	2.24 $\times 10^0$	1.87 $\times 10^{-1}$	6.23 $\times 10^{-2}$	6.28 $\times 10^{-2}$...	5.08 $\times 10^{-2}$
Proposed method	1.91 $\times 10^0$	8.93 $\times 10^{-1}$	6.34 $\times 10^{-2}$	6.25 $\times 10^{-2}$	5.85 $\times 10^{-2}$...	5.07 $\times 10^{-2}$

した. また, 得られたモデルのゲイン線図を Fig.7.3 に示す. 提案手法では積分特性が保存されており, さらに振動モードが正しく同定されているようすがわかる. つぎに, モデルの妥当性を評価するため, ここで得られた新たなモデルを用いて K_1 と同じ周波数重みを用いることにより新たな補償器 K_2 を設計した. このときの $G(P(s), K_2(s))$ のステップ応答を Fig.7.4 に示す. ただし, 従来法によって得られたモデルからでは安定化補償器が得られなかったので応答は 1.5 秒で打ち切った. これより提案手法の有効性が確認できる.

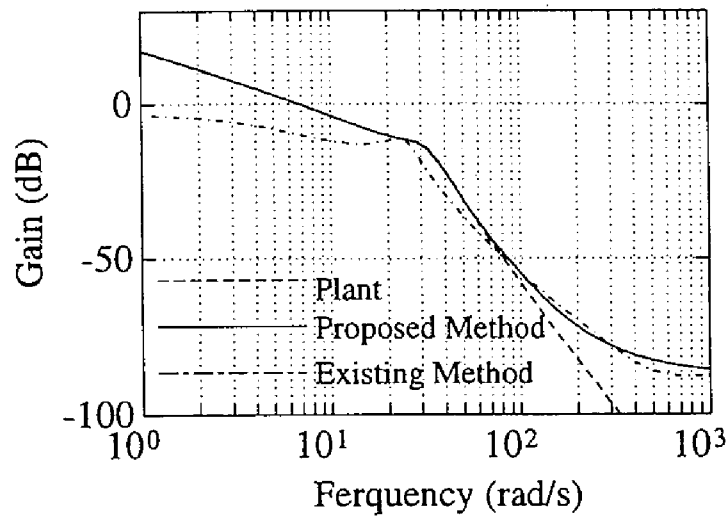


Fig. 7.3: Gain plots (2 mass-spring system)

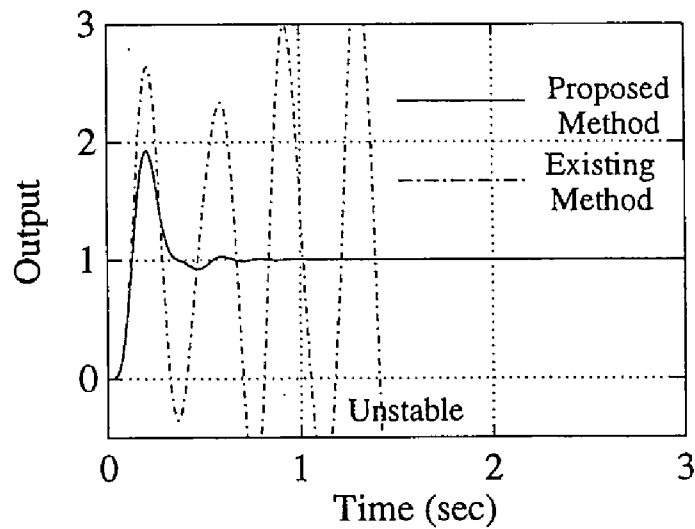


Fig. 7.4: Renewed step responses

7.5 おわりに

本章では、既知の情報を用いた部分空間同定法を提案した。この手法ではシステムの極のうち一部が既知であるという場合を考え、このモードを先に応答から取り除いたのちに、未知のモードだけを同定した。また、2 慣性共振系を想定した数値例により、提案手法を

従来法と比較することで有効性を検証した。

第 8 章

公称モデルを用いた部分空間同定法

8.1 はじめに

6 章, 7 章では 2 つの部分空間同定法を提案した. 特に 6 章では雑音除去を行うため, 従来より良い結果が得られるものの, 雑音と入力信号の無相関性を用いるため, 一般に入力が雑音と相関を持つ閉ループ同定では, 従来法と同様, 正しい結果は得られにくい. さらに, 6, 7 章の方法も含め従来の部分空間同定法は同定のための明確な評価関数が存在しないといった特徴がある. そのため, 同定において周波数重みを導入することは難しい. とここで, 実際にシステムの同定を行う場合, 運動方程式による物理モデルを考えることで公称モデルが存在する場合が多い. そこで, この情報を同定に利用することでさらに高精度なモデルが得られることが期待される.

そこで本章では, 同定対象の入出力データだけでなくシミュレーションによる公称モデルの応答も用いることにより雑音の影響を抑え, さらに評価関数を明確化した部分空間同定法を提案する. この方法ではモデルの応答と雑音の無相関性を利用しているため簡単な変形により閉ループ同定にも応用が可能である. また, 数値例によって提案手法の有効性を検証する.

本章で用いる記号について説明する. A/B は (1.18) 式で定義される射影であり, A を行列 $\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix}$ の行空間への射影したものを B と C の成分に分けると

$$A / \begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} =: L_B B + L_C C \quad (8.1)$$

となる L_B, L_C は一意に定まり, このとき

$$A/_C B := L_B B, \quad A/_B C := L_C C \quad (8.2)$$

と表す (Fig.8.1 参照).

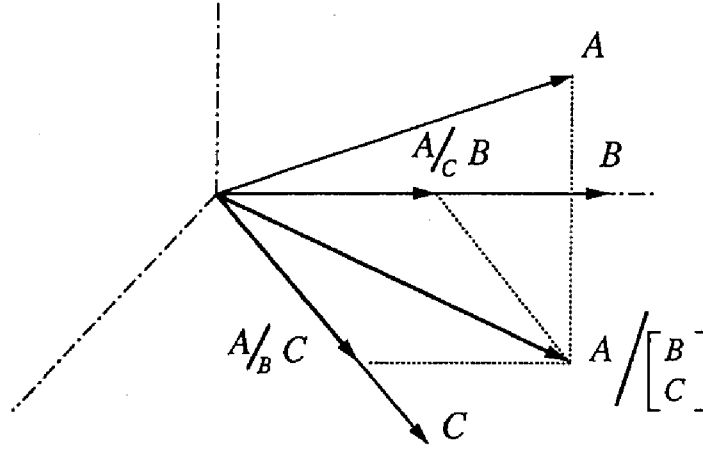


Fig. 8.1: Projections

8.2 問題設定

本章では同定対象として, (1.9), (1.10) 式で表される m 入力 ℓ 出力で n 次の線形時不変な離散時間システム P を考える. このシステムは, 次のように入力 u による確定的な部分システム P^d と

$$P^d : \begin{cases} x^d[k+1] &= Ax^d[k] + Bu[k] \\ y^d[k] &= Cx^d[k] + Du[k] \end{cases} \quad (8.3)$$

雑音による確率的な部分システム P^s

$$P^s : \begin{cases} x^s[k+1] &= Ax^s[k] + w[k] \\ y^s[k] &= Cx^s[k] + v[k] \end{cases} \quad (8.4)$$

に分けることができる. ただし,

$$y = y^d + y^s, \quad x = x^d + x^s \quad (8.5)$$

が成り立つ. また, y, u のみが観測可能であり, y^d, y^s, x^d, x^s は個々には観測できないものとする. さらに, P^d に対する公称モデル

$$P_m : \begin{cases} x_m[k+1] &= A_m x_m[k] + B_m u_m[k] \\ y_m[k] &= C_m x_m[k] + D_m u_m[k] \end{cases} \quad (8.6)$$

が与えられているとする. ただし, $x_m \in \mathbf{R}^n, u_m \in \mathbf{R}^m, y_m \in \mathbf{R}^\ell$ であるとし, これらはすべて観測可能であるとする. また, P の次数と P_m の次数が等しいことを仮定する. このとき, y, u と P_m の情報を用いて (A, B, C, D) を同定する問題を考える.

8.3 従来法

6.3 節で述べたように, Verhaegen らによって提案された MOESP 法 [24] は同定手順は比較的簡単であるが, 雑音が大きくなると (6.17) 式が成り立たなくなるため正確な Γ , H を求めることが難しくなる. そこで, De Moor[28], Verhaegen[32] らは, 適当な射影により出力の多段先予測値を求め, これにより同定を行う方法を提案している. まず, Y , U を適当な α を用いてつぎのように $Y_p \in \mathbf{R}^{\alpha \ell \times N}$ と $Y_f \in \mathbf{R}^{(i-\alpha)\ell \times N}$, $U_p \in \mathbf{R}^{\alpha m \times N}$ と $U_f \in \mathbf{R}^{(i-\alpha)m \times N}$ に分割する.

$$Y = \begin{bmatrix} Y_p \\ Y_f \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} U_p \\ U_f \end{bmatrix} \quad (8.7)$$

(6.9) 式において Y_f と同様に S_f , V_f を定義する. さらに,

$$X_f^d := \begin{bmatrix} x^d_{[\alpha+1]} & x^d_{[\alpha+2]} & \cdots & x^d_{[\alpha+N]} \end{bmatrix} \quad (8.8)$$

を定義すると

$$Y_f = \bar{\Gamma} X_f^d + \bar{H} U_f + S_f \quad (8.9)$$

が成り立つ. ただし,

$$\bar{\Gamma} := \Gamma(1:(i-\alpha)\ell, :) \quad (8.10)$$

$$\bar{H} := H(1:(i-\alpha)\ell, 1:(i-\alpha)m) \quad (8.11)$$

である. このとき, Y_f の多段先予測値 Z_f は

$$Z_f = Y_f / Q, \quad Q := \begin{bmatrix} U_p^T & U_f^T & Y_p^T \end{bmatrix}^T \quad (8.12)$$

で表され, (8.9) 式は

$$Y_f / Q = \bar{\Gamma} X_f^d / Q + \bar{H} U_f / Q + S_f / Q \quad (8.13)$$

となる. これを用いると雑音と入力信号の無相関性より, N を十分大きくとることにより

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \|S_f / Q\|_F = 0 \quad (8.14)$$

であるので, Y_f に対する雑音の影響は除去することができる. すなわち, X_f^s が存在しなければ, (1.17), (1.20) 式と同様の考察から

$$\text{rank}(Y_f / U_f Q) = \text{rank}(\bar{\Gamma} X_f^d / U_f Q) = n \quad (8.15)$$

となり, システムの次数 n と $\bar{\Gamma}$ が定まる. しかし, 実際には X_f^s が存在し X_f^s は W_p と相関があり, Y_p も W_p と相関をもつため

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \|X_f^s / Q\|_F \neq 0 \quad (8.16)$$

となり, Z_f に対する X_f^s の影響を取り除くことはできず, (8.15) 式は成り立たないため正しい値は定まらない.

これらより, 従来法では雑音の問題が解決されたとはいえない. さらに, これらの方法は雑音と入力との無相関性を利用していることから, 閉ループ同定へそのまま適用することは難しい. そこで, Y に対する, より適切な射影が必要であると考えられる.

8.4 提案法

次に、モデルの情報を用いて射影を行う同定法を提案する。この方法は雑音と相関をもたないモデルの応答データを用いることから、閉ループ同定への応用も容易である。まず、(1.14) 式と同様にモデルに対する入出力方程式

$$Y_m = \Gamma_m X_m + H_m U_m \quad (8.17)$$

を定義する。

8.4.1 開ループ同定

同定法

まず、開ループ同定への適用法を述べる。開ループ同定では、(8.17) 式において $U_m = U$ であり、さらに X_m を求めることにより、 Y を $[X_m^T \ U^T]^T$ の行空間に射影する。このとき、(6.9) 式は

$$Y/_U X_m = \Gamma X^d/_U X_m + S/_U X_m \quad (8.18)$$

$$Y/_X U = \Gamma X^d/_X U + H U + S/_X U \quad (8.19)$$

となる。ここで、雑音は u , x_m と無相関であるので、 N を十分大きくとることにより

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \|S/_U X_m\|_F = 0, \quad \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \|S/_X U\|_F = 0 \quad (8.20)$$

となる。したがって、モデル P_m が P をよく近似していれば、 X^d と X_m の相関が大きいので

$$\|\Gamma X^d/_U X_m\|_F \gg \|S/_U X_m\|_F \quad (8.21)$$

$$\|\Gamma X^d/_X U + H U\|_F \gg \|S/_X U\|_F \quad (8.22)$$

となり、(8.18), (8.19) 式において雑音の影響は無視できるので、これらの式から Γ , H を決める。(8.18) 式の $Y/_U X_m$ は Y の X_m 成分であるので、適当な行列 L が存在し

$$Y/_U X_m = L X_m, \quad L \in \mathbf{R}^{\ell_i \times n} \quad (8.23)$$

と書ける。同様に適当な行列 T が存在し

$$X^d/_U X_m = T X_m \quad (8.24)$$

となる。ただし、 T は $\mathbf{R}^{n \times n}$ の正則行列である。(8.21) 式より (8.18) 式における $S/_U X_m$ の影響は無視できるので、(8.23), (8.24) 式から

$$L = \Gamma T \quad (8.25)$$

となり, L は (1.9), (1.10) 式と同値なシステム

$$(\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}) = (T^{-1}AT, T^{-1}B, CT, D) \quad (8.26)$$

より構成される拡大可観測行列となる. これより

$$L(1:t(i-1),:)\hat{A} = L(t+1:ti,:) \quad (8.27)$$

$$\hat{C} \sum_{k=1}^i \hat{A}^{k-1} = \sum_{k=1}^i L(\ell(k-1)+1:\ell k,:) \quad (8.28)$$

の関係が成り立ち, \hat{A}, \hat{C} が求められる. また, 同様に

$$Y/X_m U = MU, \quad M \in \mathbf{R}^{\ell i \times m i} \quad (8.29)$$

と表されるので, (8.19), (8.22) 式より, (8.23) 式の L を用いて

$$L^\perp M = L^\perp H \quad (8.30)$$

の関係から \hat{B}, \hat{D} が求められる.

考察

同定における評価関数 (8.23), (8.29) 式の射影による L, M は

$$(L, M) = \arg \min_{L, M} \|Y - \hat{Y}(L, M)\|_F \quad (8.31)$$

$$\hat{Y}(L, M) = LX_m + MU \quad (8.32)$$

となる L, M により求められる. さらに (8.21), (8.22) 式より N が十分大きいとき,

$$LX_m = Y^d/U X_m \quad (8.33)$$

$$MU = Y^d/X_m U \quad (8.34)$$

となるので, L, M は Y の確定的な部分を X_m, U を用いて最小 2 乗近似したものになっている. すなわち, (8.32) 式のもとで

$$(L, M) = \arg \min_{L, M} \|Y^d - \hat{Y}(L, M)\|_F \quad (8.35)$$

を満たす L, M となる.

繰り返しの必要性 提案手法では (8.21) 式を用いたが, モデル P_m が P と大きく異なっている場合は X^d の X_m 成分, すなわち $X^d/U X_m$ は小さくなり, (8.21) 式は成り立ちにくくなる. これより, P_m が P の特性を正確に表現していれば, それだけ同定精度は向上する. このことから, 本手法によって同定されたモデルを新たに P_m とし, 同じ手順を繰り返すことが必要であると考えられる.

同定するモデルの次数に関して 本章では, P_m の次数と P の次数が等しいことを仮定したが, 実際には P の正確な次数は定めにくい場合が多い. しかし, この場合でも L, M は (8.31) 式の評価関数を最小化していることから, 設計者の定めたモデルの次数での最適解となっている. このことから, 本方法は補償器設計の際に必要な低次モデルなどの同定にも有効であると考えられる.

アルゴリズム

本同定法のアルゴリズムを以下にまとめる.

【Step 1】

$$(L, M) = \arg \min_{L, M} \left\| Y - \begin{bmatrix} L & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_m \\ U \end{bmatrix} \right\|_F \quad (8.36)$$

から L, M を求める.

【Step 2】 (8.27), (8.28) 式の関係から

$$\hat{A} = L^\dagger_{(1:\ell(i-1))} L_{(\ell+1:\ell i,:)} \quad (8.37)$$

$$\hat{C} = \sum_{k=1}^i L_{(\ell(k-1)+1:\ell k,:)} \left[\sum_{k=1}^i \hat{A}^{k-1} \right]^\dagger \quad (8.38)$$

により \hat{A}, \hat{C} を求める.

【Step 3】 (8.30) 式の関係から

$$\Phi = \Theta \begin{bmatrix} I_\ell & 0 \\ 0 & L_{(1:m(i-1),:)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{D} \\ \hat{B} \end{bmatrix} \quad (8.39)$$

が成り立つ. ただし,

$$\Phi := \begin{bmatrix} \Xi(:, 1:m) \\ \Xi(:, m+1:2m) \\ \vdots \\ \Xi(:, m(i-1):mi) \end{bmatrix} \quad (8.40)$$

$$\Xi := L^\perp M \quad (8.41)$$

$$\Theta := \begin{bmatrix} L^\perp_{(1:\ell,:)} T & \cdots & L^\perp_{(\ell(i-1)+1:\ell i,:)} T \\ L^\perp_{(\ell+1:2\ell,:)} T & & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ L^\perp_{(\ell(i-1)+1:\ell i,:)} T & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8.42)$$

とした。これにより

$$\begin{bmatrix} \widehat{D} \\ \widehat{B} \end{bmatrix} = \left[\Theta \left[\begin{array}{c|c} I_\ell & 0 \\ \hline 0 & L(1:m(i-1), :) \end{array} \right] \right]^\dagger \Phi \quad (8.43)$$

より \widehat{D} , \widehat{B} を求める。

【Step 4】

$$(A_m, B_m, C_m, D_m) = (\widehat{A}, \widehat{B}, \widehat{C}, \widehat{D}) \quad (8.44)$$

として モデルを更新し, 【Step 1】にもどって同様の手順を繰り返す。

8.4.2 閉ループ同定

閉ループ同定の場合は $U_m \neq U$ であるため, 前述の理論をそのまま用いることはできない。しかし, 簡単な変形により, 同様の考察から閉ループ同定への適用が可能である。

同定法

閉ループ系における入出力方程式は次式のものを考える。

$$Y = \Gamma X + HU + FW + V \quad (8.45)$$

$$Y_m = \Gamma_m X_m + H_m U_m \quad (8.46)$$

ここで, F は (1.15) 式で定義される行列である。さらに (8.45) 式はつぎのように確定的な部分 $[\cdot]^d$ と確率的な部分 $[\cdot]^s$ に分けることができる。

$$Y^d + Y^s = \Gamma(X^d + X^s) + H(U^d + U^s) + FW + V \quad (8.47)$$

ただし, W, V はそれぞれ w, v によって構成されるハンケル行列である。閉ループ同定の場合は $U \neq U_m$ となるので, Y を $\begin{bmatrix} X_m^T & U_m^T \end{bmatrix}^T$ の行空間へ射影することを考える。このとき (8.45) 式は

$$\widehat{Y} = \Gamma \widehat{X} + H \widehat{U} + F \widehat{W} + \widehat{V} \quad (8.48)$$

$$\widehat{Y} := Y \bigg/ \begin{bmatrix} X_m \\ U_m \end{bmatrix}, \quad \widehat{X} := X \bigg/ \begin{bmatrix} X_m \\ U_m \end{bmatrix}, \quad \widehat{U} := U \bigg/ \begin{bmatrix} X_m \\ U_m \end{bmatrix} \quad (8.49)$$

$$\widehat{W} := W \bigg/ \begin{bmatrix} X_m \\ U_m \end{bmatrix}, \quad \widehat{V} := V \bigg/ \begin{bmatrix} X_m \\ U_m \end{bmatrix} \quad (8.50)$$

となる。ここで, 雑音 w, v は u_m, x_m と無相関なので, N が十分大きければ

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \|F \widehat{W}\|_F \simeq 0, \quad \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \|\widehat{V}\|_F \simeq 0 \quad (8.51)$$

が成り立つ。これより, (8.48) 式における \hat{V} , $F\hat{W}$ は十分小さいものとみなせる。そこで, (8.48) 式を X_m と \hat{U} の成分にわけて考えると

$$\hat{Y}/\hat{U}X_m = \Gamma\hat{X}/\hat{U}X_m =: L_cX_m \quad (8.52)$$

$$\hat{Y}/X_m\hat{U} = \Gamma\hat{X}/X_m\hat{U} + H\hat{U} =: M_c\hat{U} \quad (8.53)$$

となるので, (8.23), (8.29) 式と同様の式を導くことができる。これにより, 開ループ同定の場合と同様に P の同定を行うことができる。

考察

同定における評価関数 (8.52), (8.53) 式の射影は

$$(\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4) = \arg \min_{\Delta_1 \sim \Delta_4} \left\| \begin{bmatrix} Y \\ U \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{Y} \\ \hat{U} \end{bmatrix} \right\|_F \quad (8.54)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{Y} \\ \hat{U} \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} \Delta_1 & \Delta_2 \\ \Delta_3 & \Delta_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_m \\ U_m \end{bmatrix} \quad (8.55)$$

となる $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4$ を用いて

$$L_c = \Delta_1 - \Delta_2\Delta_4^{-1}\Delta_3, \quad M_c = \Delta_2\Delta_4^{-1} \quad (8.56)$$

と一意に定まる。また, (8.45) 式を (8.47) 式のように分解できることから

$$\hat{Y} = Y^d \Big/ \begin{bmatrix} X_m \\ U_m \end{bmatrix} + Y^s \Big/ \begin{bmatrix} X_m \\ U_m \end{bmatrix} \quad (8.57)$$

となり, y^s は x_m, u_m と無相関であることから, $N \rightarrow \infty$ で

$$\hat{Y} \rightarrow Y^d \Big/ \begin{bmatrix} X_m \\ U_m \end{bmatrix} =: \hat{Y}^d \quad (8.58)$$

となる。同様に

$$\hat{U} \rightarrow U^d \Big/ \begin{bmatrix} X_m \\ U_m \end{bmatrix} =: \hat{U}^d \quad (8.59)$$

となる。これより (8.56) 式の L_c, M_c は Y, U の確定的な部分を X_m, U_m を用いて最小 2 乗近似したものになっている。すなわち

$$\left\| \begin{bmatrix} Y^d \\ U^d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{Y}^d \\ \hat{U}^d \end{bmatrix} \right\|_F \quad (8.60)$$

を最小化しているといえる。

従来法との比較 提案法では、 Y, U のそれぞれに対して、雑音とは相関のない空間への射影を行っているため閉ループ同定への適用が可能になっており、この点において従来の部分空間同定法 [32] と異なっている。さらに、開ループ同定では (8.31) 式が評価関数となっているのに対し、閉ループ同定の評価関数は (8.54) 式のように入力に対する評価も行っている。この点において従来の閉ループ同定とは異なった評価を行っている。また、本方法では (6.11) 式の PE 条件を仮定したが閉ループ同定ではこの条件が満たされるように参照入力も工夫することが必要である。さらに、同定の繰り返しの必要性については開ループ同定の場合と同じであるが、閉ループ同定の場合、はじめの補償器では得られたモデルを安定化できない場合が存在する。このときには、得られたモデルを用いて補償器を再設計するといった手順が必要であると考えられる。

アルゴリズム

提案法における閉ループ同定法のアルゴリズムをまとめると以下のようになる。

【Step 1】 (8.54) 式の評価関数を最小にする $\Delta_1 \sim \Delta_4$ を求め、(8.56) 式の L_c, M_c を求める。

【Step 2】 開ループ同定における手順と同様にモデルを求める。

8.5 数値例

つぎに、数値例によって提案法の有効性を検証する。

8.5.1 開ループ同定

連続時間領域で伝達関数が

$$P = \frac{40000(s+2)}{(s+10)(s+40)(s+8)(s+5)^2} \quad (8.61)$$

で表されるシステムをサンプリングタイム $T_s = 0.01$ で z 変換したシステムを同定対象とする。入力は振幅が 10 の M 系列信号とし、雑音の入出力データに対する割合はそれぞれ $\|v\|_F/\|u\|_F \approx 0.3$, $\|w\|_F/\|y\|_F \approx 0.6$ であった。また、 $N = 8000$ 、設計パラメータは $j = 30$ を用いた。

はじめに与えられるモデルを従来法 [28] によって 4 次で同定し、提案法を適用したときの同定されたモデルのインパルス応答をそれぞれ Fig.8.2 に示す。従来法によるモデルの応答と比較して提案法のものがより実際のシステムの応答に近くなっているのがわかる。これにより、提案法の有効性が理解できる。

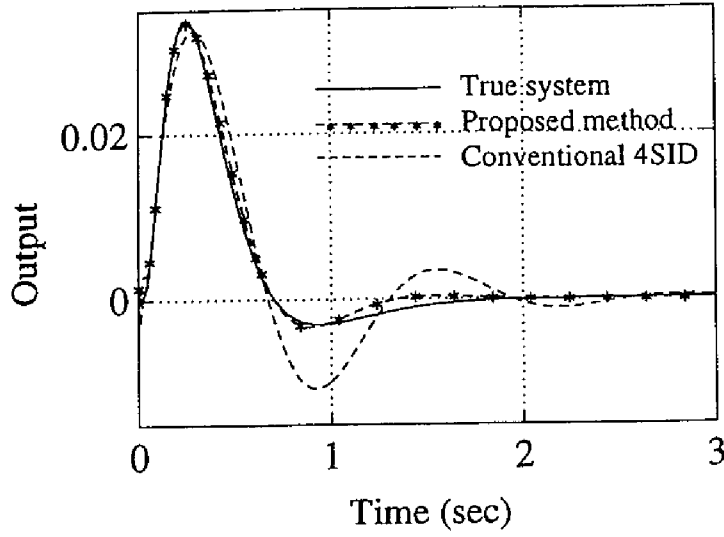


Fig. 8.2: Impulse responses

8.5.2 閉ループ同定

ここではFig.2.1のような回転型の倒立振り子の閉ループ同定を考える．このシステムはモータの出力するトルクによって振り子，アームの回転角度を制御する1入力2出力のシステムであるとした．このシステムの公称モデルが

$$P_m(s) = \left[\frac{\begin{array}{c} -2.50s^2 \\ s(s-5.59)(s+5.69)(s+1.94) \\ 1.54(s+5.51)(s-5.50) \end{array}}{s(s-5.59)(s+5.69)(s+1.94)} \right] \quad (8.62)$$

で与えられ，振り子の長さを1.3倍したシステム

$$P(s) = \left[\frac{\begin{array}{c} -1.92s^2 \\ s(s-4.92)(s+5.05)(s+1.90) \\ 1.53(s+4.82)(s-4.82) \end{array}}{s(s-4.92)(s+5.05)(s+1.90)} \right] \quad (8.63)$$

を実際のプラントとした．これらをサンプリングタイム $T_s = 0.01$ で z 変換し， P_m を用いて補償器 K を設計して閉ループ系

$$G(P_m(z), K(z)) := P_m K (I + P_m K)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8.64)$$

と， $G(P(z), K(z))$ を構成した，このときのステップ応答を Fig.8.3 に示す．雑音の入出力データに対する割合はそれぞれ $\|v\|_F / \|u\|_F \approx 0.003$ ， $\|w\|_F / \|y\|_F \approx 0.2$ であった．また，

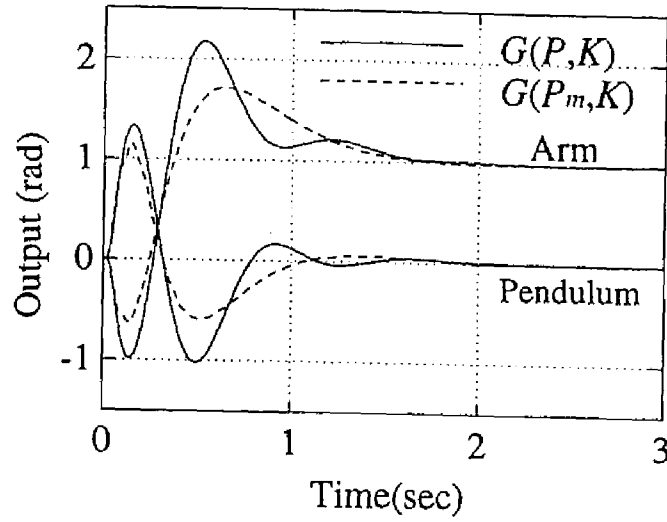


Fig. 8.3: Step responses of $G(P, K)$ and $G(P_m, K)$

$N = 8000$, 設計パラメータは $i = 30$ を用いた. この同定対象に対して提案法を 2 回繰り返したときの $G(P_{m2}(z), K(z))$ と従来法 [28] によって得られたモデルを用いた閉ループ系 $G(\tilde{P}(z), K(z))$ のステップ応答を Fig.8.4 に示す. Fig.8.3, Fig.8.4 からはじめのモデルを

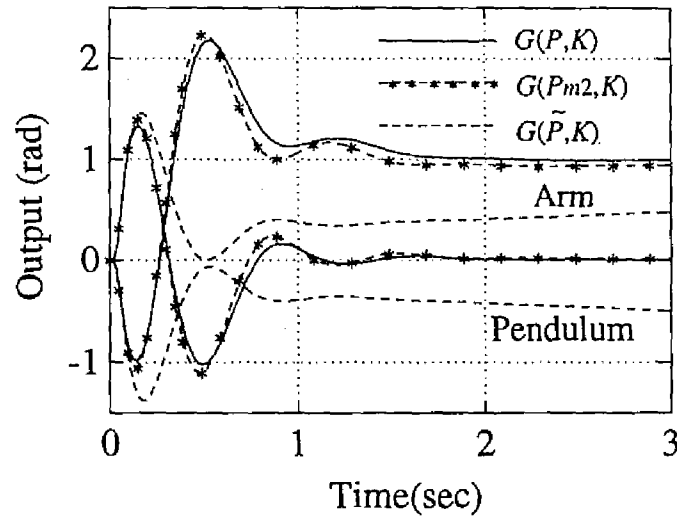


Fig. 8.4: Step responses of $G(P, K)$ and $G(P_{m2}, K)$

用いた $G(P_m(z), K(z))$ の応答と比較して, 提案法による $G(P_{m2}(z), K(z))$ はより実際の閉ループ系のものに近い応答を示しているのがわかる. 一方, 従来法による $G(\tilde{P}(s), K(s))$

の応答は実際の閉ループ系のものと大きく離れている。これにより、提案法の有効性が確認できる。

8.6 おわりに

本章では、同定対象の入出力データだけでなく公称モデルの応答データを用いて雑音の影響の抑え、評価関数を明確にした新たな部分空間同定法を提案した。この方法では、公称モデルのデータと雑音との無相関性を利用して入出力データから雑音の影響を除去しているため、従来の部分空間法よりも雑音除去の効果が優れている。また、この方法を従来法では困難であった閉ループ同定に適用する方法を提案した。さらに、数値例によって提案法の有効性を検証した。

第 9 章

部分空間同定法と補償器の統合化設計

9.1 はじめに

従来のパラメトリックな同定法としては予測誤差法が中心であったように，統合化設計においても同定法としては予測誤差法が中心であった．しかし，近年，新たな同定法として部分空間同定法が提案され，その可能性が大いに期待されており，予測誤差法にかわる同定法として注目を集めている．そこで，この同定法を統合化設計に用いればより有効な結果が得られることが期待できる．しかし，これまでに提案されている部分空間同定法は

- 雑音に敏感であること，
- 明確な評価関数が存在しないこと，
- 雑音と入力信号が相関を持てば正しい結果を得にくいこと，

などの理由から，統合化設計で中心的な役割を果たす「周波数重み付き閉ループ同定」に用いることは難しい．De Moor らは文献 [36][41] によって周波数重みを考慮した部分空間同定法を提案しているが，この方法はやや特殊なシステムにおいては有効であるものの，一般的な物理システムでは周波数重みの効果は現れにくい．これに対し，8 章で提案した部分空間同定法では評価関数を明確化しており，さらに雑音とは無相関なモデルの応答を用いることから閉ループ同定への応用も容易になっている．

そこで本章では，8 章の方法を基礎とした，同定と補償器の統合化設計法を提案する．特に前章の方法の評価関数と H_2 ノルムの対応について述べ，さらに同定における周波数重みについて考察する．

9.2 問題設定

まず，本章で扱う統合化設計問題について述べる．

9.2.1 統合化設計問題

制御対象として (1.9), (1.10) 式の状態空間表現で表わされる m 入力 l 出力, n 次のシステム P を考える. このとき, 本章で扱う統合化設計問題は, 補償器設計と閉ループ同定の繰返しによってつぎの評価関数 $J_{global}(P, K_i)$

$$J_{global}(P, K_i) := \left\| \begin{array}{c} W_s \Phi(P, K_i) \\ W_t \Psi(P, K_i) \end{array} \right\|_2 \quad (9.1)$$

$$\Phi(P, K_i) := P(I + K_i P)^{-1}, \quad \Psi(P, K_i) := K_i P(I + K_i P)^{-1} \quad (9.2)$$

を最小化する補償器 K_i ($i = 1, 2, \dots$) を求めることにある. ただし, W_s, W_t はそれぞれ周波数重みであり, $\|\cdot\|_2$ は H_2 ノルムを意味する. ここで, いくつかの仮定を設ける.

【仮定 1】 P の公称モデル P_{m1}

$$P_{m1} : \begin{cases} x_m[k+1] &= A_m x_m[k] + B_m u_m[k] \\ y_m[k] &= C_m x_m[k] + D_m u_m[k] \end{cases} \quad (9.3)$$

が与えられている.

【仮定 2】 周波数重み W_s, W_t は与えられているものとし, さらに

$$K_1 = \arg \min_K J_{control}(P_{m1}, K) \quad (9.4)$$

$$J_{control} = J_{global} \quad (9.5)$$

より得られる補償器 K_1 は P を内部安定化する.

このとき, 統合化設計問題はつぎの補償器設計問題と閉ループ同定問題にわけられる.

補償器設計問題 補償器 K_i は (9.1) 式の J_{global} の最小化を目的とするが, P は未知であるため P のモデルに基づいて設計しなければならない. そのため, i 回目の繰返しにより得られるモデルを P_{mi} とした場合, i 回目の補償器 K_i は

$$K_i = \arg \min_K J_{control}(P_{mi}, K) \quad (9.6)$$

となる H_2 最適化問題 [50] を解くことにより得るものとする.

閉ループ同定問題 (9.1) 式の評価関数は, i 回目のモデル P_{mi} を用いて

$$J_{global} \leq \left\| \begin{array}{c} W_s \Phi(P_{mi}, K_i) \\ W_t \Psi(P_{mi}, K_i) \end{array} \right\|_2 + \left\| \begin{array}{c} W_s (\Phi(P, K_i) - \Phi(P_{mi}, K_i)) \\ W_t (\Psi(P, K_i) - \Psi(P_{mi}, K_i)) \end{array} \right\|_2 \quad (9.7)$$

と表わされる. ここで, (9.7) 式の右辺第 1 項は補償器 K_i によって最小化されているので, 第 2 項を同定によって小さくすることを目的とする [3]. さらに J_{global} は 2 つの伝達関数から構成されているが, この意味について考えると

$$G_1 := W_s \Phi(P, K_i) \quad (9.8)$$

は外乱除去を目的とした項で閉ループ系の制御性能に関する項である．これより G_1 に関しては補償器によって積極的に制御を行うため正しいモデルが必要と考えられる．一方，

$$G_2 := W_t \Psi(P, K_i) \quad (9.9)$$

はロバスト安定に関連する項であり，同定できない要素に対する評価である．そこで本章では， G_1 を最小化し閉ループ系のパフォーマンスを改善することを目的とし，閉ループ同定問題では

$$P_{m(i+1)} = \arg \min_{P_m} J_{ident}(P_m, K_i) \quad (9.10)$$

$$J_{ident} := \|W_s(\Phi(P, K_i) - \Phi(P_m, K_i))\|_2 \quad (9.11)$$

を満たす $P_{m(i+1)}$ を求めるものとする．

9.3 同定法

前述のように，統合化設計問題では補償器設計問題と閉ループ同定問題にわけられるが，前者はすでに H_2 最適問題として確立しているため，ここでは後者の同定問題に関して述べる．

9.3.1 公称モデルを用いた部分空間同定法

ここでは，同定の手法に前章で提案した「公称モデルを用いた部分空間同定法」を用いる．ただし，理論的背景とアルゴリズムは前章に示されるので省略し，ここでは (8.31)，(8.54) 式の評価関数とシステムの H_2 ノルムの関係について考察する．なお，本節においては次の仮定を設ける．

【仮定 3】 P_{m1} と P の次数は等しい．

開ループ同定

まず，開ループ同定において考察する．開ループシステムにおける入出力方程式は (1.14) 式で表され，これは Y ， X に関して確定的な部分 $[\cdot]^d$ と確率的な部分 $[\cdot]^s$ に分解すると，

$$Y^d + Y^s = \Gamma(X^d + X^s) + HU + FW + V \quad (9.12)$$

$$Y^d := \Gamma X^d + HU \quad (9.13)$$

$$Y^s := \Gamma X^s + FW + V \quad (9.14)$$

と表すことができる．このとき， Y を $\begin{bmatrix} X_m \\ U \end{bmatrix}$ へ射影したものの \hat{Y} は (8.33)，(8.34) 式の考察と【仮定 3】から， P_{m1} が P を正しく表現できていれば

$$\hat{Y} := Y / \begin{bmatrix} X_m \\ U \end{bmatrix} \rightarrow Y^d \quad (N \rightarrow \infty) \quad (9.15)$$

となる．このとき Y , Y^d , Y^s の構造から

$$\|Y - \hat{Y}\|_2^2 \rightarrow \|Y^s\|_2^2 = \frac{1}{N} \left\{ \sum_{k=1}^N (y^s[k])^2 + \sum_{k=2}^{N+1} (y^s[k])^2 + \cdots + \sum_{k=i}^{N+i-1} (y^s[k])^2 \right\} \quad (9.16)$$

が成り立つ．さらに係数行列 $(\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, D)$ は (8.36) 式から定まる L, M より最小 2 乗問題を解いて求めているため，同定されるモデルを \hat{P}_m とすると $N \gg i$ のとき，入力として白色信号を用いれば

$$\|Y - \hat{Y}\|_F^2 = \|P - \hat{P}_m\|_2^2 \quad (9.17)$$

を評価していることに相当する．すなわち，実際のシステム P とモデル \hat{P}_m の差の H_2 ノルムを最小化する方法となっている．これは補助変数として X_m を用いたことにより (9.15) 式が成立するために考察が可能となっている．ただし，8.3 節で示した De Moor[28], Verhaegen[32] によって提案された方法においても，多段先予測値 Z_f は出力端のみに外乱が存在すれば

$$Z_f \rightarrow Y_f^d \quad (N \rightarrow \infty) \quad (9.18)$$

が成立するので同様の考察が可能となる．

閉ループ同定

つぎに，閉ループ同定について考察する．閉ループ同定では，一般に雑音と入力信号が相関を持つため (8.12) 式の多段先予測値 Z_f は Y_f^d には収束しない．そのため同定の評価はシステムの H_2 ノルムとは対応しない．そこで，補助変数を導入すれば雑音の除去が可能となるが，この補助変数を I としたとき

$$Y/I \rightarrow Y^d \quad (N \rightarrow \infty) \quad (9.19)$$

が成り立てば同定の評価は H_2 ノルムに対応したものになる．しかし，(9.19) 式が成り立つためには適切な補助変数が必要である．一方，8 章の方法では補助変数として $\begin{bmatrix} X_m \\ U \end{bmatrix}$ を用いることにより， P_{m1} が P を正しく表現していれば (9.19) 式が成り立ち，さらに，Fig.9.1 では r から y, u までの伝達関数が

$$y = P(I + KP)^{-1}r, \quad u = (I + KP)^{-1}r \quad (9.20)$$

と表され，同定の評価が (8.54) 式であることから， P_{m1} が P を正しく表現しており，参照入力として白色信号を用いれば (9.17) 式と同様の考察から

$$\left\| \begin{bmatrix} Y - \hat{Y} \\ U - \hat{U} \end{bmatrix} \right\|_F^2 = \left\| \begin{bmatrix} \Phi(P, K) - \Phi(\hat{P}_m, K) \\ \Lambda(P, K) - \Lambda(\hat{P}_m, K) \end{bmatrix} \right\|_2^2 \quad (9.21)$$

$$\Lambda := (I + KP)^{-1} \quad (9.22)$$

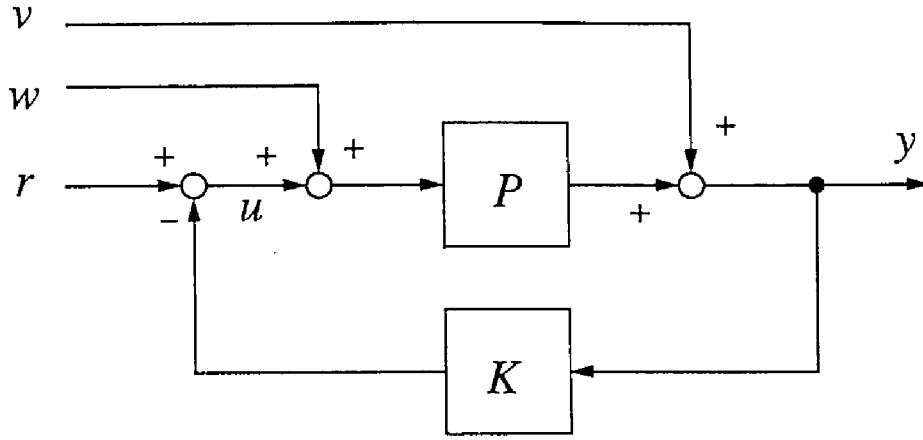


Fig. 9.1: Closed loop system

を最小化する \hat{P}_m を求めていることに相当する。これより、入力信号のパワースペクトルを ϕ_u とすると、「公称モデルを用いた部分空間同定法」の評価関数は

$$J = \left\| \begin{Bmatrix} P(I + KP)^{-1} - \hat{P}_m(I + K\hat{P}_m) \\ (I + KP)^{-1} - (I + K\hat{P}_m) \end{Bmatrix} \phi_u \right\|_2 \quad (9.23)$$

となる。

9.3.2 周波数重みの導入

前節では、8章において提案した同定法の評価関数が(9.23)式であることを考察した。そこで次に、この評価関数に周波数重みを導入する。ただし、(9.11)式の形を考慮し制御対象の出力端に重みを用いるものとする。なお、入力端に重みを用いる場合にも同様の考察により適用が可能である。ところで、予測誤差法における出力端重み W を考えた同定では、

$$z = WPu, \quad u_w = Wu \quad (9.24)$$

より得られる z , u_w を用いて同定を行った。これは

$$WP = PW \quad (9.25)$$

の関係を利用し、実験によって得られた入出力データに同一のフィルタを施して同定を行っていることに相当する。これと同様の考察を(9.23)式に適用すると、周波数重み付き評価関数 J_w は

$$J_w = \left\| \begin{Bmatrix} W_o^{(1)} \Phi(P, K) - \Phi(\hat{P}_m, K) W_{in} \\ W_o^{(2)} \Lambda(P, K) - \Lambda(\hat{P}_m, K) W_{in} \end{Bmatrix} \right\|_2 \quad (9.26)$$

となる。ただし, $W_o^{(1)}$, $W_o^{(2)}$, W_{in} は

$$W_o^{(1)}\Phi(P, K) = \Phi(P, K)W_{in} \quad (9.27)$$

$$W_o^{(2)}\Lambda(P, K) = \Lambda(P, K)W_{in} \quad (9.28)$$

を満たさなくてはならない。これにより, Fig.9.1の実験によって得られる y , u より,

$$y_w := W_o^{(1)}y, \quad u_w := W_o^{(2)}u \quad (9.29)$$

を求め, さらに Fig.9.2によるシミュレーションから得られる x_{mw} , u_{mw} を用いて 8 章の同

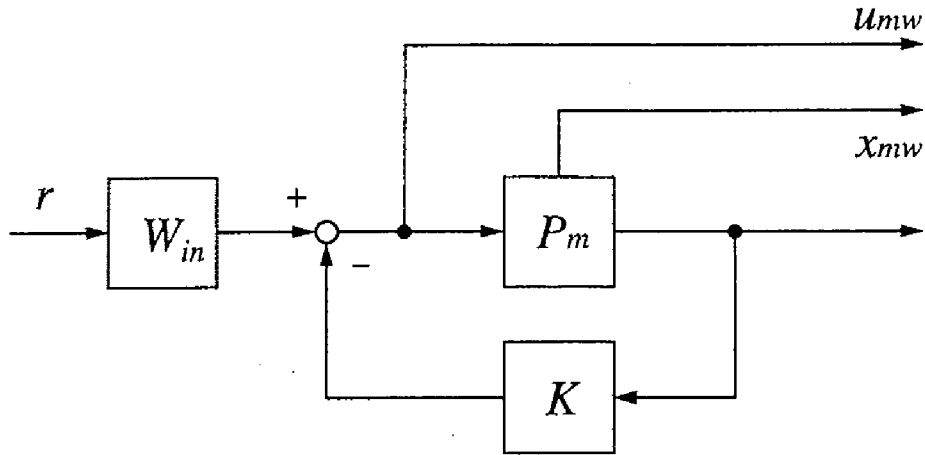


Fig. 9.2: Weighted closed loop system

定法に基づいて \hat{P}_m を求めることで, (9.26) 式の J_w を最小化する \hat{P}_m が得られる。

従来の部分空間同定法では明確な評価関数が存在しなかったため, 周波数重みを用いることが困難であったが, 8章で提案した部分空間同定法では評価関数を明確化したため, これを基礎とすることで (9.26) 式のように周波数重みを導入した部分空間同定法が可能となっている。

9.3.3 統合化設計における同定問題

本章における統合化設計の同定問題は (9.11) 式の最小化にあった。これは P の出力に対する評価であるが, ここで用いる同定法は P の入力信号と出力信号を用いるため, 入力に対する適切な評価も必要となる。そこで, (9.11) 式の評価関数を適当な重み \tilde{W}_s を用いて,

$$J_{ident} = \left\| \begin{array}{c} W_s (\Phi(P, K_i) - \Phi(P_m, K_i)) \\ \tilde{W}_s (\Lambda(P, K_i) - \Lambda(P_m, K_i)) \end{array} \right\|_2 \quad (9.30)$$

と書き換える．つぎに，(9.26) 式の評価が (9.30) 式に対応したものになるように $W_o^{(1)}$, $W_o^{(2)}$, W_{in} を定める．本章では W_s が与えられていることを仮定した．そのため， P が多入出力システムの場合一般に (9.26) 式と (9.30) 式が等価になる $W_o^{(1)}$, $W_o^{(2)}$, W_{in} は存在しない．そこで，(9.26) 式が H_2 ノルムの意味で (9.30) 式の最適な近似になるような周波数重みを考える．このとき， $W_o^{(1)}$, $W_o^{(2)}$, W_{in} の一つの候補として次式のものが考えられる．

$$W_o^{(1)} = \widehat{W} I_t, \quad W_o^{(2)} = W_{in} = \widehat{W} I_m \quad (9.31)$$

$$\widehat{W} := \arg \min_{\widehat{W}} \|W_s \Phi(P, K_i) - \Phi(P, K_i) I_m \widehat{W}\|_2 \quad (9.32)$$

実際，一般には W_s は各要素が全てローパスな重みとなるので， \widehat{W} もローパスな重みとなり J_w と J_{ident} の近似は良いものとなりやすい．これにより補償器設計のための評価関数を考慮した閉ループ同定が可能となる．

(注意) ここでは $W_o^{(1)}$, $W_o^{(2)}$, W_{in} は近似的な重みとしたが， W_s が

$$W_s = \widehat{W}_s I_t \quad (9.33)$$

の構造を持つ場合には (9.26) 式と (9.30) 式の評価は等価となる．

9.4 統合化設計問題

前章の同定法を用いた統合化設計問題について設計手順をまとめる．

【Step 1】 (9.3) 式の公称モデル P_{m1} と周波数重み W_s , W_t を用いて補償器 K_1 を設計する．

【Step 2】 Fig.9.1 の閉ループ系に基づいて同定実験を行う．

【Step 3】 Fig.9.2 の閉ループ系に基づいてシミュレーションを行う．ただし， W_{in} は (9.31) 式によって与えられる．

【Step 4】 Step 3 で得られた x_{mw} , u_{mw} と (9.29) 式より得られる y_w , u_w を用いてモデル \hat{P}_m を同定する．

【Step 5】 $P_{m2} = \hat{P}_m$ として補償器 K_2 を設計する．

【Step 6】 Step 2 に戻り，同様の手順を繰り返す．

ここでは補償器設計問題を (9.1) 式の評価関数の最小化としたが，これをたとえば

$$\bar{J}_{global} = \left\| \begin{array}{c} W_s(I + PK)^{-1} \\ W_t PK(I + PK)^{-1} \end{array} \right\|_2 \quad (9.34)$$

としても，同定における参照入力をかえることで適用は可能となる．

9.5 数値例

つぎに実際の物理モデルを想定した数値例によって提案手法の有効性を検証する。

9.5.1 設定条件

ここでは Fig.9.3に示されるような並列型の倒立振り子システムを考える。このシステムは

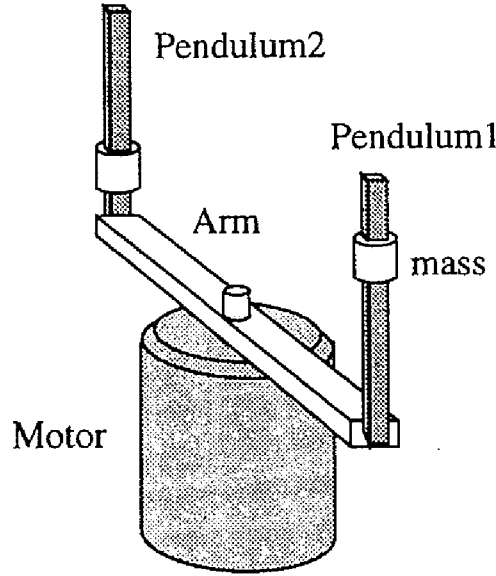


Fig. 9.3: Parallel inverted pendulums system

入力をモータのトルク、出力を振り子1, 2およびアームの回転角とする1入力3出力のシステムで、モータのトルクによって振り子を安定化したままアームの回転角を制御するものである。また、振り子の長さは50(cm), 40(cm)でそれぞれに重りがついたり、アームは半径が50(cm)規模のものである。このとき伝達関数は次式で与えられる。

$$P = \frac{1}{Den(s)} \begin{bmatrix} -1.52s^2(s + 6.66)(s - 6.64) \\ -2.96s^2(s + 4.78)(s - 4.77) \\ 1.28(s + 6.66)(s - 6.64)(s + 4.78)(s - 4.77) \end{bmatrix} \quad (9.35)$$

$$Den(s) = s(s + 1.62)(s + 6.86)(s - 6.75)(s + 4.97)(s - 4.87) \quad (9.36)$$

このシステムは振り子の重りの位置をかえること、すなわち振り子の固有振動数をかえることで制御の容易さがかえられることが知られているが、詳細は文献 [47] に示される。ここでは (9.35) 式の P は重りを振り子の根元からそれぞれ 50(cm), 7(cm) の場所に付いているものとしたが、公称モデル P_{m1} は 50(cm) と 5(cm) の場所に付いているものを想定した。これは P_{m1} よりも P のほうが制御しにくいことに相当する。また、 P , P_{m1} は連続時間システムとして表現されるが、ここではこれをサンプリングタイム $T = 0.005(s)$ で z 変換したシ

システム $P[z]$, $P_{m1}[z]$ を考えるものとする。ただし、サンプリングタイムが短いため $P[z]$, $P_{m1}[z]$ が数値的に悪条件になり H_2 最適補償器を求めることが困難であったため、近似的に $P_{m1}(s)$ に基づき連続時間領域で補償器 $K(s)$ を設計し、これを離散時間補償器 $K[z]$ に変換するといった手順を踏んだ。また、同定されたモデルに関しても同様に一度連続時間領域に変換したのちにこれに基づいてつぎの補償器を設計した。さらに、同定実験においては P の入力端、出力端にそれぞれ SN 比が 3×10^{-2} 程度の高周波雑音を加え、参照入力としては M 系列信号を用いた。また、同定においては $i = 30$, $N = 8000$ を用い、補償器設計のための周波数重みは

$$W_s = \begin{bmatrix} W_{s1} & 0 & 0 \\ 0 & W_{s2} & 0 \\ 0 & 0 & W_{s3} \end{bmatrix} \quad (9.37)$$

$$W_{s1} = \frac{1000(s+20)(s+60)}{(s+0.1)(s+0.01)}, \quad W_{s2} = \frac{1200(s+10)(s+50)}{(s+0.1)(s+0.01)} \quad (9.38)$$

$$W_{s3} = \frac{1300(s+80)}{s+1}, \quad W_t = \frac{10(s+40)}{s+300} \quad (9.39)$$

を用いた。

9.5.2 結果

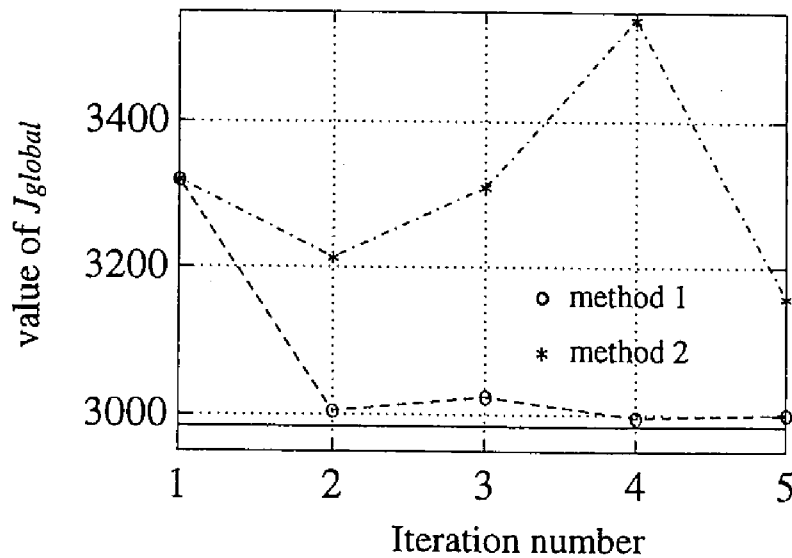
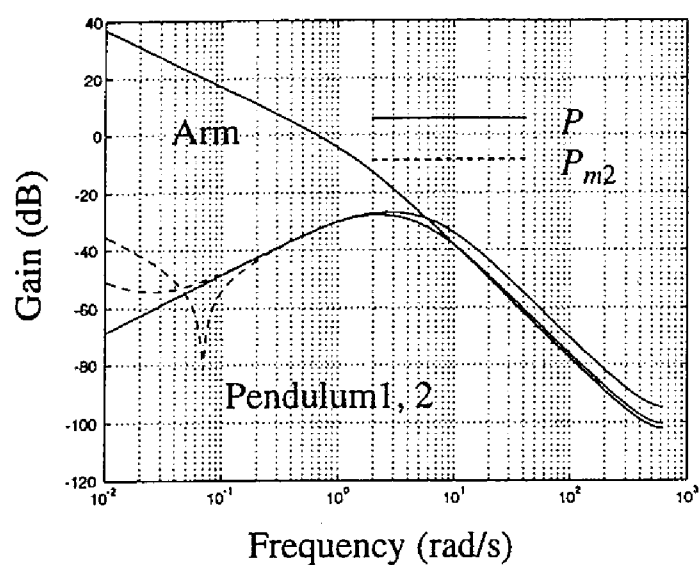
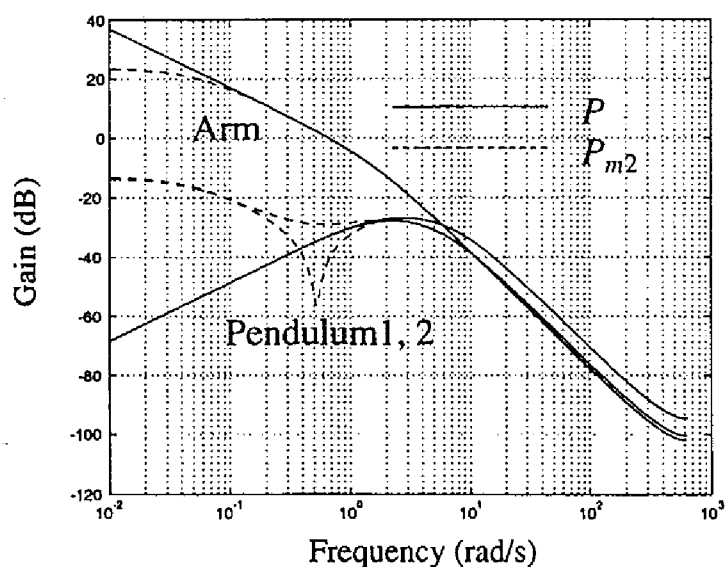


Fig. 9.4: The value of J_{global}

ここでは周波数重みの有効性を検証するため、つぎの二通りの方法でシミュレーションを行った。

Fig. 9.5: Gain plot of P_{m2} (method 1)Fig. 9.6: Gain plot of P_{m2} (method 2)

方法 1 本章における統合化設計.

方法 2 周波数重みを用いない同定と, 補償器の繰返し設計.

それぞれの方法により 5 回の繰返しを行ったときの $J_{global}(P, K_i)$ ($i = 1, 2, \dots, 5$) の値の推移を Fig.9.4 に示す. なお, J_{global} の最小値は 2984 であり, 図の実線で示される. これより方

法 1 の有効性が理解できる。さらに，方法 1,2 ではじめに得られるモデル P_{m2} のゲイン線図をそれぞれ Fig.9.5, Fig.9.6 に示す。このシステムは 1 入力 3 出力であるため低感度化が達成されず，振子の出力端の外乱によって低周波数帯域での同定が難しくなる。そのため方法 2 では低周波数帯域での同定精度が良くない。一方，方法 1 では低周波数帯域での外乱除去が積極的に行われ，より正しい同定結果を得ている。これより，周波数重みの効果が理解できる。

9.6 おわりに

本章では，8 章で示した同定法を基礎として周波数重みを考えた部分空間同定法を提案し，さらにこれを用いて，部分空間同定法と補償器の統合化設計法を提案した。また，その有効性を数値例によって検証した。

第 10 章

実験結果に基づいた部分空間法による補償器の低次元化

10.1 はじめに

制御系の設計において次数の小さな補償器を設計することは、信頼性やコストの面で重要な問題である。しかし、近年のロバスト制御の発達に伴い、補償器の次数は増加の傾向にあり、そのため補償器の低次元化問題が重要となっている。

従来の低次元化法は、開ループでその入出力関係がほぼ等しいような低次元化システムをもとめる、内部平衡実現による BT 法 (平衡化打ち切り法)[57] や、ハンケルノルム近似法 [58] などがある。しかし、補償器は閉ループ系の内部に組み込まれることが前提であることから、閉ループ特性を考慮した近似が必要となり、周波数重みを用いた低次元化法が提案されている [52][59]。しかし、この周波数重みには制御対象の情報を用いるため、モデル化誤差が存在する場合には望ましい結果が得られないことが考えられる。また、これらの方法は安定なシステムにしか適用できないため、不安定な補償器に対しては既約分解した後低次元化を施す方法も提案されている [60][61]。しかし、この場合には既約分解の際の極をどう選ぶか、周波数重みをどう定めるかといった問題点が残る。

そこで本章では、これまでとは全く異なった観点に立ち、部分空間同定法の立場から実験データを利用した補償器の低次元化法を提案する。部分空間同定法ではシステムの次数を定める際に、ある行列の特異値の大きさを基準に判断するため、モデル低次元化能力の可能性を持つことが知られている [25]。提案手法ではシステム同定とは異なり、補償器の状態変数が利用可能であることを陽に用い、この時系列データを集めこの中で出力に対する影響が十分小さい状態を無視することにより低次元化を行う。さらに、本設計法の有効性を従来法との比較を含めた実験により検証する。

10.2 低次元化問題

本章では、Fig.10.1で表される閉ループ系を考える。ここで、 P は制御対象、 K は補償器

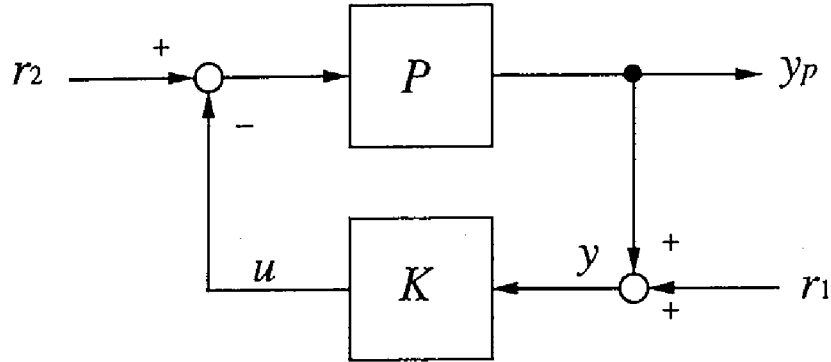


Fig. 10.1: Closed loop system

を表しており, r_1, r_2 はある決まった外部入力である. また, K は次の ℓ 入力 m 出力, n 次元の線形時不変な離散時間状態空間表現

$$\begin{aligned}
 K: \begin{cases} x[k+1] &= Ax[k] + By[k] \\ u[k] &= Cx[k] + Dy[k] \end{cases} \quad (10.1) \\
 x[k] \in \mathbf{R}^n, u[k] \in \mathbf{R}^m, y[k] \in \mathbf{R}^\ell \\
 A \in \mathbf{R}^{n \times n}, B \in \mathbf{R}^{n \times \ell}, C \in \mathbf{R}^{m \times n}, D \in \mathbf{R}^{m \times \ell}
 \end{aligned}$$

で表せるものとし, これは可制御かつ可観測なシステムであるとする. また, 補償器の状態 $x[k]$ は全て観測可能とする. このとき, 本章ではある特定の外部入力によって Fig.10.1 から定まる $y[k]$ ($k=1, 2, \dots, N$) に対して, $u[k]$ とほぼ同じ出力 $u_r[k]$ を持つ $p(< n)$ 次元の補償器 K_r ,

$$\begin{aligned}
 K_r: \begin{cases} x_r[k+1] &= A_r x_r[k] + B_r y[k] \\ u_r[k] &= C_r x_r[k] + D y[k] \end{cases} \quad (10.2) \\
 x_r[k] \in \mathbf{R}^p, u_r[k] \in \mathbf{R}^m \\
 A_r \in \mathbf{R}^{p \times p}, B_r \in \mathbf{R}^{p \times \ell}, C_r \in \mathbf{R}^{m \times p}
 \end{aligned}$$

を実験データに基づいて求めることを考える.

10.3 低次元化法

10.3.1 設計方針

前節の低次元化補償器 K_r を求めるために次のような方針を考える。まず, (10.1) 式のシステムに対し次の行列を定義する。

$$\mathbf{Y}^{(i)} := \begin{bmatrix} y[i] & y[i+1] & \dots & y[N+i-1] \end{bmatrix} \quad (10.3)$$

$$\mathbf{U}^{(i)} := \begin{bmatrix} u[i] & u[i+1] & \dots & u[N+i-1] \end{bmatrix} \quad (10.4)$$

$$\mathbf{X}^{(i)} := \begin{bmatrix} x[i] & x[i+1] & \dots & x[N+i-1] \end{bmatrix} \quad (10.5)$$

また同様に (10.2) 式のシステムに対し, $\mathbf{X}_r^{(i)}$, $\mathbf{U}_r^{(i)}$ を定義する。これらは全て時系列データを並べた行列である。このとき, (10.1) 式より次式が成り立ち

$$\begin{cases} \mathbf{X}^{(2)} = \mathbf{A}\mathbf{X}^{(1)} + \mathbf{B}\mathbf{Y}^{(1)} \\ \mathbf{U}^{(1)} = \mathbf{C}\mathbf{X}^{(1)} + \mathbf{D}\mathbf{Y}^{(1)} \end{cases} \quad (10.6)$$

さらに, ある同値変換 $\mathbf{T} (\in \mathbf{R}^{n \times n})$ により (10.6) 式と次式は同値である。

$$\begin{cases} \widehat{\mathbf{X}}^{(2)} = \widehat{\mathbf{A}}\widehat{\mathbf{X}}^{(1)} + \widehat{\mathbf{B}}\mathbf{Y}^{(1)} \\ \mathbf{U}^{(1)} = \widehat{\mathbf{C}}\widehat{\mathbf{X}}^{(1)} + \mathbf{D}\mathbf{Y}^{(1)} \end{cases} \quad (10.7)$$

$$\widehat{\mathbf{X}}^{(i)} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{X}^{(i)}, \quad \widehat{\mathbf{A}} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}, \quad \widehat{\mathbf{B}} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{B}, \quad \widehat{\mathbf{C}} = \mathbf{C}\mathbf{T} \quad (10.8)$$

また同様に, (10.2) 式から次式が成り立つ。

$$\begin{cases} \mathbf{X}_r^{(2)} = \mathbf{A}_r\mathbf{X}_r^{(1)} + \mathbf{B}_r\mathbf{Y}^{(1)} \\ \mathbf{U}_r^{(1)} = \mathbf{C}_r\mathbf{X}_r^{(1)} + \mathbf{D}\mathbf{Y}^{(1)} \end{cases} \quad (10.9)$$

次に, どのような条件が満たされれば (10.9) 式が (10.7) 式の良い近似となるのかについて考察する。まず, (10.1) 式の補償器に対して次式の記号を定義する。

$$\mathcal{U}^j := \begin{bmatrix} \mathbf{U}^{(1)} \\ \mathbf{U}^{(2)} \\ \vdots \\ \mathbf{U}^{(j)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u[1] & \dots & u[N] \\ u[2] & \dots & u[N+1] \\ \vdots & & \vdots \\ u[j] & \dots & u[N+j-1] \end{bmatrix} \quad (10.10)$$

$$\mathcal{Y}^j := \begin{bmatrix} \mathbf{Y}^{(1)} \\ \mathbf{Y}^{(2)} \\ \vdots \\ \mathbf{Y}^{(j)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y[1] & \dots & y[N] \\ y[2] & \dots & y[N+1] \\ \vdots & & \vdots \\ y[j] & \dots & y[N+j-1] \end{bmatrix} \quad (10.11)$$

$$\Gamma^j := \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{C}} \\ \widehat{\mathbf{C}}\widehat{\mathbf{A}} \\ \vdots \\ \widehat{\mathbf{C}}\widehat{\mathbf{A}}^{j-1} \end{bmatrix}, \quad H^j := \begin{bmatrix} \mathbf{D} & & & 0 \\ \widehat{\mathbf{C}}\widehat{\mathbf{B}} & \mathbf{D} & & \\ \vdots & & \ddots & \\ \widehat{\mathbf{C}}\widehat{\mathbf{A}}^{j-2}\widehat{\mathbf{B}} & \widehat{\mathbf{C}}\widehat{\mathbf{A}}^{j-3}\widehat{\mathbf{B}} & \dots & \mathbf{D} \end{bmatrix} \quad (10.12)$$

\mathcal{U}^j , \mathcal{Y}^j はブロックハンケル行列, Γ^j は拡大可観測性行列, H^j はマルコフパラメータからなるブロックテプリッツ行列である. また同様に, (10.2) 式の補償器に対して \mathcal{U}_r^j , H_r^j , Γ_r^j を定義する. このとき, (10.7), (10.9) 式から次式が成り立つ.

$$\mathcal{U}^j - H^j \mathcal{Y}^j = \Gamma^j \widehat{\mathbf{X}}^{(1)} \quad (10.13)$$

$$\mathcal{U}_r^j - H_r^j \mathcal{Y}^j = \Gamma_r^j \mathbf{X}_r^{(1)} \quad (10.14)$$

さて, ここで

$$\Gamma_r^j \mathbf{X}_r^{(1)} \simeq \Gamma^j \widehat{\mathbf{X}}^{(1)} \simeq \Gamma^j \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{X}}_1^{(1)} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10.15)$$

$$\widehat{\mathbf{X}}^{(1)} =: \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{X}}_1^{(1)} \\ \widehat{\mathbf{X}}_2^{(1)} \end{bmatrix}, \quad \widehat{\mathbf{X}}_1^{(1)} \in \mathbf{R}^{p \times N} \quad (10.16)$$

が成り立つ場合を考える. このとき, (10.13) 式と (10.14) 式の第 k 列目に注目すると,

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} u[k] - Dy[k] \\ u[k+1] - Dy[k+1] - \widehat{C}\widehat{B}y[k] \\ \vdots \\ u[k+j-1] - Dy[k+j-1] - \widehat{C}\widehat{B}y[k+j-2] - \cdots - \widehat{C}\widehat{A}^{j-2}\widehat{B}y[k] \end{bmatrix} \\ & \simeq \begin{bmatrix} u_r[k] - Dy[k] \\ u_r[k+1] - Dy[k+1] - C_r B_r y[k] \\ \vdots \\ u_r[k+j-1] - Dy[k+j-1] - C_r B_r y[k+j-2] - \cdots - C_r A_r^{j-2} B_r y[k] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10.17)$$

となる. (10.13), (10.14) 式は時系列行列で構成されていることを考慮すると,

$$\begin{cases} u[k] & \simeq u_r[k] \\ \widehat{C}\widehat{B}y[k] & \simeq C_r B_r y[k] \\ \vdots & \\ \widehat{C}\widehat{A}^{j-1}\widehat{B}y[k] & \simeq C_r A_r^{j-1} B_r y[k] \end{cases}, \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (10.18)$$

が成り立つ. ここで, $u[k]$, $u_r[k]$ ($k = 1, 2, \dots, N$) は

$$u[k] = \widehat{C}\widehat{A}^{k-1}\widehat{x}[1] + \widehat{C}\widehat{A}^{k-2}\widehat{B}y[1] + \cdots + Dy[k], \quad (\widehat{x}[k] := \mathbf{T}^{-1}x[k]) \quad (10.19)$$

$$u_r[k] = C_r A_r^{k-1} x_r[1] + C_r A_r^{k-2} B_r y[1] + \cdots + Dy[k] \quad (10.20)$$

と書けるので, (10.18) 式から j が十分大きい場合には (10.9) 式は (10.7) 式の良い近似となり, (10.2) 式は (10.1) 式の低次元化システムとなることが期待できる.

これらのことをまとめると, (10.15) 式を満たす変換行列 T が存在すれば, (10.1) 式は

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \hat{x}_1[k+1] \\ \hat{x}_2[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A}_{11} & \hat{A}_{12} \\ \hat{A}_{21} & \hat{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1[k] \\ \hat{x}_2[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \end{bmatrix} y[k] \\ u[k] = \begin{bmatrix} \hat{C}_1 & \hat{C}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1[k] \\ \hat{x}_2[k] \end{bmatrix} + D y[k] \end{cases} \quad (10.21)$$

$$\hat{A} =: \begin{bmatrix} \hat{A}_{11} & \hat{A}_{12} \\ \hat{A}_{21} & \hat{A}_{22} \end{bmatrix}, \quad \hat{B} =: \begin{bmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \end{bmatrix} \quad (10.22)$$

$$\hat{C} =: \begin{bmatrix} \hat{C}_1 & \hat{C}_2 \end{bmatrix} \quad (10.23)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1[k] \\ \hat{x}_2[k] \end{bmatrix} =: T x[k], \quad \hat{x}_1[k] \in R^p \quad (10.24)$$

と同値となり, さらに (10.15) 式から $\hat{x}_2[k]$ は出力に対し影響の小さい状態変数と考えられるので, これを無視し

$$A_r = \hat{A}_{11}, \quad B_r = \hat{B}_1, \quad C_r = \hat{C}_1 \quad (10.25)$$

とすることで低次元化補償器 K_r が得られる.

さてつぎに, (10.15) 式の近似について考える. Γ^j は定義から \hat{C} , \hat{A} によって定まる行列であり, $\Gamma^j \hat{X}^{(1)}$ の各行ベクトルの大きさには一般に大きなばらつきがある場合も考えられる. そのため, 適当な重み行列 L_1 , L_2 を考え,

$$L_1 \Gamma^j X_r^{(1)} L_2 \simeq L_1 \Gamma^j \hat{X}^{(1)} L_2 \quad (10.26)$$

とすることが必要であると思われる. そこで本章では, L_1 として $L_1 \Gamma^j \hat{X}^{(1)}$ の各行ベクトルのフロベニウスノルムが 1 に規格化されるような重み行列を, L_2 には単位行列を考えることにする.

10.3.2 設計法

次に設計手順を示す. まず, 得られた実験データから (10.5) 式のような $X^{(1)}$ を求める. ここで $X^{(1)} \in R^{n \times N}$ であり,

$$\text{rank} X^{(1)} = n \quad (10.27)$$

を仮定する. また, N は実験データの数に依存する値である.

【Step 1】 A , C , $X^{(1)}$ より十分大きな j を用いて次式の Ξ を求める.

$$\Xi := \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{j-1} \end{bmatrix} X^{(1)} \in R^{jm \times N} \quad (10.28)$$

【Step 2】 上式の Ξ に対し,

$$\Xi_L := L\Xi \quad (10.29)$$

として正規化された Ξ_L を求める. このとき L は

$$L = \text{diag} \left\{ \|\xi_1\|_F^{-1} \quad \|\xi_2\|_F^{-1} \quad \cdots \quad \|\xi_{jm}\|_F^{-1} \right\} \quad (10.30)$$

で与えられる. ただし, ξ_i は Ξ の第 i 行ベクトルを, $\|\cdot\|_F$ はフロベニウスノルムを表す.

【Step 3】 Ξ_L を次式のように特異値分解する.

$$\begin{aligned} \Xi_L &= \left[E \mid * \right] \left[\begin{array}{c|c} S & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} V^T \\ * \end{array} \right] = ESV^T \\ E &\in \mathbf{R}^{jm \times n}, V^T \in \mathbf{R}^{n \times N}, S = \text{diag} \{ \sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \cdots \quad \sigma_n \} \end{aligned} \quad (10.31)$$

この式において

$$\Xi_L = L\Gamma^j \widehat{\mathbf{X}}^{(1)}, \quad \Gamma^j := L^{-1}ES, \quad \widehat{\mathbf{X}}^{(1)} := V^T \quad (10.32)$$

とする. これは

$$\mathbf{X}^{(1)} = T\widehat{\mathbf{X}}^{(1)}, \quad T := \mathbf{X}^{(1)}V \quad (10.33)$$

となる同値変換 T を用いて (10.6) 式を (10.7) 式に変換したことに相当する. ここで

$$\sigma_1 \geq \cdots \geq \sigma_p \gg \sigma_{p+1} \geq \cdots \geq \sigma_n \quad (10.34)$$

を仮定し,

$$\left[\begin{array}{c} \widehat{\mathbf{X}}_1^{(1)} \\ \widehat{\mathbf{X}}_2^{(1)} \end{array} \right] := \left[\begin{array}{c} V_1^T \\ V_2^T \end{array} \right] = V^T, \quad \widehat{\mathbf{X}}_1^{(1)} \in \mathbf{R}^{p \times N} \quad (10.35)$$

とすると, (10.31) 式が

$$ESV^T =: E \left[\begin{array}{c|c} S_1 & 0 \\ \hline 0 & S_2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} V_1^T \\ V_2^T \end{array} \right] \simeq E \left[\begin{array}{c|c} S_1 & 0 \\ \hline 0 & S_2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} V_1^T \\ 0 \end{array} \right] \quad (10.36)$$

と近似できるのと同様に (10.32) 式は

$$\Xi_L \simeq L\Gamma^j \left[\begin{array}{c} \widehat{\mathbf{X}}_1^{(1)} \\ 0 \end{array} \right] \quad (10.37)$$

となるので, (10.33) 式の T は (10.15) 式の近似が可能となる同値変換と考えられる.

【Step 4】 (10.33) 式の T と (10.8), (10.22)~(10.24) 式より低次元化補償器 K_r は (10.25) 式によって得られる.

10.3.3 考察

従来法との関係

従来の低次元化法は，システムの入出力関係がほぼ等しくなるようにするものが中心であるが，本設計法ではある特定の入力のみを考え，これに対する出力がほぼ等しくなるように低次元化を行っている．そのため，ある決まった外部入力による閉ループ系での補償器低次元化に有効な方法である．また，低次元化の際には制御対象 P の構造の情報を用いていない．そのため，制御対象のモデル化誤差に対してロバストな低次元化法となることが期待できる．さらに，従来の低次元化法は不安定なシステムへの適用が困難であったため，既約分解を用いるなどの方法がとられているが，本手法はシステムの安定性には依存しない方法となる．ただし，実験結果に基づいた方法であるため外乱が存在する場合，あるいは外部入力異なる場合などに，得られる補償器の特性が変化することは十分予想されることである．しかし，この影響がどの程度の大きさを持つのかに関する考察を行うことは現段階では極めて困難であり，今後検証すべき課題と考えられる．

また，一般に低次元化問題では補償器のある特性（例えば積分特性）を保存したい場合がある．その際には本手法でも従来法同様に，補償器を

$$K = \bar{K}_s \cdot K_r \quad \text{あるいは} \quad K = \bar{K}_s + K_r \quad (10.38)$$

K_r : 保存したい特性を含む部分

に分けた後に K_r のみに低次元化を施すことで K_r を求めることが可能であるが，もし，補償器の状態のうちどの成分が保存したい特性に相当するのかわかることができれば，(10.26) 式の L_2 によって重みを付けることで可能になると思われる．

システム同定との関係

本手法では，(10.15) 式のように $\Gamma^j \hat{X}^{(1)}$ に基づいて低次元化を行っているがこの意味について考察する．本章では (10.29) 式の Ξ_L を (10.31) 式のように特異値分解を行いこれを (10.37) 式で近似しているが，これは $\hat{X}^{(1)} := V^T$ で張られる空間を $\hat{X}^{(1)}$ の部分空間に射影していることに相当する．また，ここでは (10.34) 式を仮定していることからもっとも大きな p 個の成分への射影となる．部分空間法を用いた同定法では，(10.13) 式に基づき $\Gamma^j \hat{X}$ の推定値を求め，このランクがシステムの次数と等しくなることにより同定モデルの次数を定めるが，本低次元化法でもこれと同様に補償器の次数を定めている．

j 及び p の決定法

(10.28) 式の j に関しては部分空間法などの同定法と同様に大きくとればシステムをより正確に評価しており，望ましい結果が得られることが期待される．しかし， j が大きければそれだけ大きな行列の特異値分解が必要となることから， j は計算機に依存した値となる．ただし， $\text{rank} \Xi_L = n$ が成り立たなくてはならないため， j は最低 n 以上の値をとらなければならない．

また、本章では低次元化補償器の次数 p が与えられている状況から出発しているが、実際には (10.34) 式の仮定から Ξ_L の特異値が大幅に小さくなる場所をもって p を定めることが適当と考えられる。

10.4 数値例

次に、数値例による従来法との比較により本設計法の有効性を検証し、また得られる補償器の構造について考察を加える。ただし、雑音・モデル化誤差の影響などは考えないものとする。

10.4.1 制御対象の記述

本章では Fig.2.1 の倒立振り子システムをもちいる。このシステムはモータの出力するトルクによって振り子・アームの回転角度 θ, ϕ を制御するシステムであり、1 入力 2 出力のシステムである。参考として、アームの長さは 0.52(m)、振り子の長さは 0.48(m)、質量は 0.135(kg) である。また、連続時間系での伝達関数は

$$P = \begin{bmatrix} \frac{-2.50s^2}{s(s+1.94)(s+5.69)(s-5.59)} \\ \frac{1.54(s+5.50)(s-5.50)}{s(s+1.94)(s+5.69)(s-5.59)} \end{bmatrix} \quad (10.39)$$

である。これにより補償器 K は 2 入力 1 出力のシステムとなる。本章ではこのシステムに対し次の条件でシミュレーションを行う。

- 外部入力：アームへのステップ目標値 ($=10^\circ$)
- サンプルングタイム：3(msec)
- 実験時間：3(sec)
- データ数：1000(個)

10.4.2 低次元化

上述のシステムに対し、McFarlane らによって提案されている、ループ整形法に基づく H_∞ 制御則 [56] によって補償器を設計した。このとき、補償器は適当な周波数重みを用いることにより、12 次のものが得られた。このときの補償器の極・零点を次式に示す。

$$K(s) =: \begin{bmatrix} K_1(s) & K_2(s) \end{bmatrix} \quad (10.40)$$

極：0, 1.69, -0.30, -3.00, -9.08, -60.0 - 61.3,
-100, -300, -329, -119 + 122.9j, -119 - 122.9j

K_1 の零点：0, -325, -118 + 114j, -118 - 114j

K_2 の零点：-0.30, -0.31, -1.14, -10.0, -54.0, -60.0, -84.0, -100, -300, -300

1つの積分器を持ちしかも不安定な補償器となった。この補償器 K をサンプリングタイムによって離散化したシステムに対し、本設計法を適用して3~7次の低次元化補償器 K_{r4}^{pr} , ($i = 3, 4, \dots, 7$) を求めた。ただし、(10.28) 式の j は 30 とした。このとき、4~7 次の低次元化補償器によって P を安定化することが可能であった。つぎに、従来法により同様に3~7 次の補償器 K_{r4}^{BT} , ($i = 3, 4, \dots, 7$) を求めた。ただし、従来法としては文献 [61] に基づき、正規化既約分解を用いた BT 法を用いた。このとき、5~7 次までの低次元化補償器によって P を安定化することが可能であった。このときの、 K , K_{r4}^{pr} , K_{r5}^{BT} を用いたときの応答を Fig.10.2 に示す。従来法による補償器は5 次の補償器であるのに対し、提案手法では4 次である

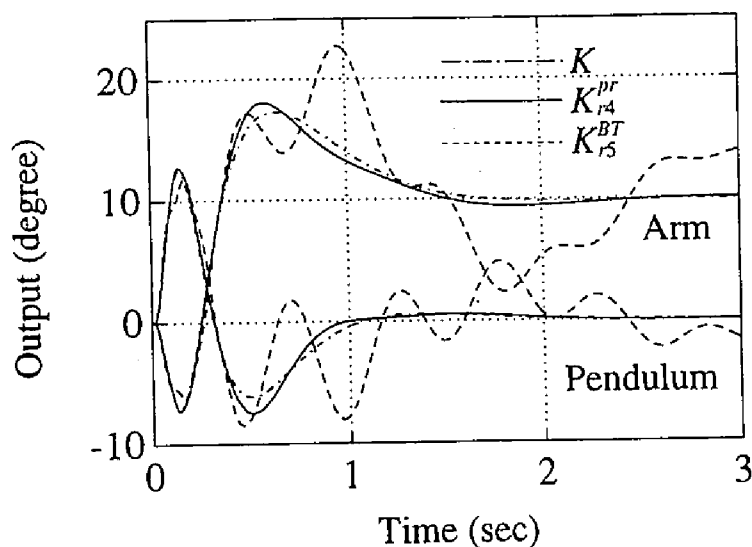


Fig. 10.2: Step responses (Simulation)

にも関わらず元の補償器とほぼ同じ応答を示している。

10.4.3 考察

まず、補償器の構造について考察する。本手法は離散時間領域での補償器の低次元化手法であるが、ここでは、連続時間領域での物理システムを考え、これに基づいてはじめの補償器を設計しているので、得られた低次元化補償器を連続時間システムに変換してその特性を評価する。本設計法では低次元化に対する評価関数が存在しないが、ある特定の y に対して $u \simeq u_r$ となる出力を持つ低次元化補償器を求めていることから、

$$\Phi_{u-u_r} = |K(j\omega) - K_r(j\omega)| \Phi_y \quad (10.41)$$

の特性を評価する。ここで、 Φ_{u-u_r} , Φ_y はそれぞれ $u-u_r$, y のパワースペクトルを、 $|K(j\omega) - K_r(j\omega)|$ は $K - K_r$ の連続時間周波数領域でのゲインを表す。また、ここでは外部入力とし

てアームに対するステップ目標値を考えていることから

$$\Phi_y = \left| [I + P(j\omega)K(j\omega)]^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{j\omega} \end{bmatrix} \right| \quad (10.42)$$

となる．4次と5次の補償器 K_{r4}^{pr} , K_{r5}^{pr} , K_{r4}^{BT} , K_{r5}^{BT} を用いたときの $\Phi_{u-u_{r4}}^{pr}$, $\Phi_{u-u_{r5}}^{pr}$, $\Phi_{u-u_{r4}}^{BT}$, $\Phi_{u-u_{r5}}^{BT}$ の特性を Fig.10.3に示す．BT 法に比べ提案手法はシミュレーションが有効となる帯

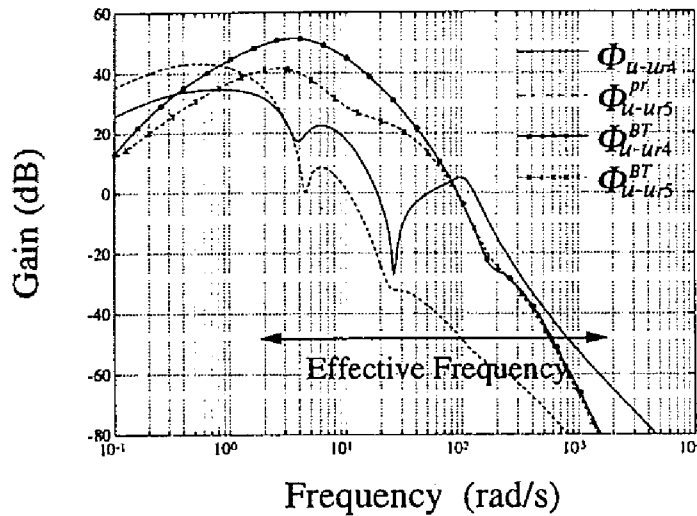


Fig. 10.3: Gain plots of Φ_{u-u_r}

域 ($2.09 \sim 1047(\text{rad/s})$) で Φ_{u-u_r} が小さくなり， K と K_r の差が小さくなっている様子が理解できる．

つぎに，詳細は略すがいくつかのシミュレーション結果より得られた知見について述べる．低次元化補償器の次数をある程度大きくすると従来法と提案手法においては同様の閉ループ特性を示す補償器が得られる．しかし，参照入力(目標値)をある特定の形に定め，より低次元化を行うと顕著な差が現れる．また，提案手法によって得られた補償器に対して異なった参照入力を用いたシミュレーションをいくつか行ったが，閉ループ系の応答にあまり劣化は見られなかった．これは提案手法が閉ループ特性を反映した低次元化手法であることが一つの理由として考えられるが，これについては今後詳細に検証すべき内容と思われる．

10.5 実験

つぎに実験によって本設計法の有効性を検証する．制御対象は4節と同等のものをを用い，実験条件も同様のものとした．ただし，モデル化誤差やノイズの影響が予想される．提案

法と BT 法の両方を用いて低次元化補償器を求めたところ、BT 法では 5 次以上の補償器で安定化が可能であったのに対し、提案法では 4 次以上の補償器で安定化が可能であった。このときの K , K_{r4}^{pr} , K_{r5}^{BT} を用いたときの応答を Fig.10.4 に示す。モデル化誤差やこの実験

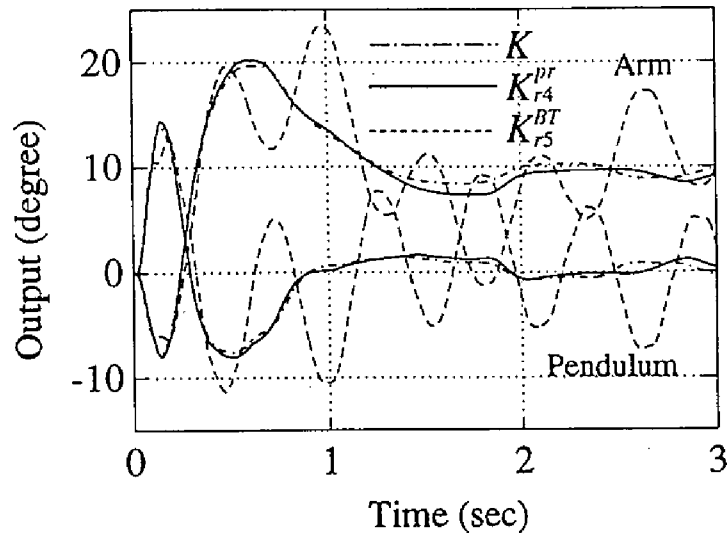


Fig. 10.4: Step responses (Experiment)

レベルのノイズが存在する場合においても本設計法の有効性が理解できる。

10.6 おわりに

本章では、従来とは異なった観点から、部分空間法による同定の概念より実験データを用いた低次元化法を提案し、その有効性を従来法との比較を含めた実験によって検証した。特に、提案手法では従来法に比べ補償器の次数も小さくなり、応答の劣化も小さいような補償器が得られた。なお、ここでは省略したが、提案法の有効性は補償器が非最小位相システムなど様々な場合においてシミュレーションで確認している。

第 11 章

結言

本論文では、まず前半で従来の統合化設計法の問題点に対処する新たな方法を提案した。また、後半では従来の部分空間同定法に対して改良を加えた方法、公称モデルを利用した新たな方法を提案し、これを用いた統合化設計法を提案した。さらに最後に、部分空間法の応用として補償器の低次元化法を提案した。以下に、本論文の成果を示す。

2 章では、実験結果から重み行列を再構成する最適レギュレータの設計法を提案した。これにより、従来は実験の応答を見ながら設計者が試行錯誤的に重み行列に施した変更を計画的に行う方法が実現された。また、この設計法に対して理論的な考察を加え、その本質を明らかにし、実験によって有効性を検証した。3 章では、実験結果から周波数重みを再構成するロバスト補償器の設計法を提案した。特に、ここではある条件が満たされれば評価指標の減少が保証されるように補償器の構造を工夫した。また、実験によって提案手法の有効性を検証した。4 章では、近年の H_∞ 制御則の利点を生かしたロバスト補償器の設計法を提案した。大きな特徴としては、

1. 同定対象の形を工夫することで、同定精度の向上を目指した。
2. 同定結果にある程度の信頼性がおけるならば、評価指標の減少が保証されるように補償器の構造を工夫し、その設計のための評価関数を設定した。
3. H_∞ 制御則の利点を大いに活用して収束性に対する考察を行った。

などが挙げられる。5 章では、同定対象の構造を工夫した 2 自由度制御系の統合化設計法を提案した。ここでは、2 自由度補償器の構造を考慮し、フィードフォワード・フィードバック補償器両方の観点からの同定が可能となるような同定対象を選択し、さらに同定問題を予測誤差同定問題に帰着させ、周波数重みの選択について考察を加えた。これらの方法はいずれも閉ループ系の応答に注目した統合化設計法であり、レギュレーション問題、あるいは 2 自由度制御問題を取り扱ったものである。

6 章、7 章では従来の部分空間同定法に対して、その問題点を考慮に入れた新たな方法を提案した。6 章の方法では雑音除去と計算量の軽減化を図る方法を提案し、7 章では既知の極をモデルの中に保存する方法を提案した。これにより、従来の部分空間同定法よりも

精度の良いモデルが得られることを数値例によって検証した。8章では、同定対象の入出力信号だけでなく、公称モデルから得られる応答を補助変数として用いた方法を提案した。この方法は簡単な変形によって閉ループ同定にも応用が可能であり、同定のための評価関数も明確化されているため従来法の問題点の多くを克服した方法といえる。そこで9章では、この方法を用いた、部分空間同定法と補償器の統合化設計法を提案した。ここでは、8章の方法における評価関数とシステムの H_2 ノルムの関係について述べ、さらに、同定のための周波数重みについて考察した。

最後に10章では、部分空間同定法の応用としてシステム同定の観点からの補償器の低次元化法を提案した。従来の低次元化法が数値的解析法であったのに対し、この方法は実験データに基づいているため実地的な方法となっている。さらに、実験によって有効性を検証した。

今後の研究課題としては、

1. 厳密に収束性を考慮した方法
2. モデルの不確かさも含めた同定による統合化設計問題

などが挙げられる。1に関しては、現段階の統合化設計法では一般に収束性が保証されないため、繰り返しを行うことで閉ループ特性が改善するとは限らない。そこで、厳密にこれが保証されることが大切と思われる。これは同定対象の選択、補償器の構造の選択などにより改善されると思われるが、今後の最も大きな課題となることが予想される。2に関しては、現段階では同定されたモデルから次の補償器を設計した場合、閉ループ系の安定性に関する考察は難しい。そこで、同定誤差を考慮した補償器の設計によって安定性を保証することが大切と思われる。特に部分空間同定法では、Verhaegen らの Innovation form により雑音モデルを同定する研究が盛んに行われており、これを用いることでモデル化誤差の上界を求めることが期待される。

参考文献

- [1] 木村 英紀: LQG から H_∞ へ; 計測と制御, Vol.29, No.2, 111/119 (1990)
- [2] H.Hjalmarsson, M.Gevers, F.D.Bruyne and J.Leblood: Identification for Control: Closing the Loop Gives More Accurate Controllers; Proc. of 33rd CDC, 4150/4155 (1994)
- [3] M.Gevers: Towards a Joint Design of Identification and Control?; Essays on Control (H.L.Trentelman and J.C.Willems Eds.), Birkhäuser, 111/151 (1993)
- [4] R.J.P.Schrama: Accurate Identification for Control: The Necessity of an Iterative Scheme; IEEE Trans. AC-37, No.7, 991/994 (1992)
- [5] Z.Zang, R.R.Bitmead and M.Gevers: H_2 Iterative Model Refinement and Control Robustness Enhancement; Proc. of 30th CDC, 279/284 (1991)
- [6] Z.Zang, R.R.Bitmead and M.Gevers: Disturbance Rejection: On - line Refinement of Controllers by Closed - loop modeling; Proc. of ACC, 2829/2833 (1992)
- [7] Z.Zang, R.R.Bitmead and M.Gevers: Iterative Weighted Least - squares Identification and Weighted LQG Control Design; Automatica, Vol.31, No.11, 1577/1594 (1995)
- [8] A.G.Partanen and R.R.Bitmead: The Application of a Iterative Identification and Control Design to Sugar Cane Crushing Mill; Automatica, Vol.31, No.11, 1547/1563 (1995)
- [9] A.G.Partanen and R.R.Bitmead: Two Stage Iterative Identification / Controller Design and Direct Experimental Controller Refinement; Proc. of 32nd CDC, 2833/2837 (1993)
- [10] R.J.P.Schrama and P.M.J.Van den Hof: An Iterative Scheme for Identification and Control Design Based on Coprime Factorization; Proc. of ACC, 2842/2846 (1992)
- [11] P.M.J.Van den Hof, R.J.P.Schrama, O.H.Bosgra and R.A. de Callafon: Identification of Normalized Coprime Plant Factors for Iterative Model and Controller Enhancement; Proc. of 32nd CDC, 2839/2844 (1993)
- [12] P.M.J.Van den Hof and R.J.P.Schrama: Identification and Control - Closed Loop Issues; Automatica, Vol.31, No.12, 1751/1770 (1995)

- [13] R.A. de Callafon and P.M.J. Van den Hof: Filtering and Parametrization Issues in Feedback Relevant Identification Based on Fractional Model Representations; Proc. of 3rd ECC, 441/446 (1995)
- [14] F.R. Hansen and G.F. Franklin: On a Fractional Representation Approach to Closed - loop Experiment Design; Proc. of ACC, 1319/1320 (1988)
- [15] F.R. Hansen, G.F. Franklin and R.L. Kosut: Closed - loop Identification via the Fractional Representation : Experiment Design; Proc. of ACC, 1422/1427 (1989)
- [16] R.G. Hakvoort, R.J.P. Schrama and P.M.J. Van den Hof: Approximate Identification in view of LQG Feedback Design; Proc. of ACC, 2824/2828 (1992)
- [17] K. Liu and R. Skelton: Closed - loop Identification and Iterative Controller Design; Proc. of 29th CDC, 482/487 (1990)
- [18] D.S. Bayard, Y. Yam and E. Mettler: A Criterion for Joint Optimization of Identification and Robust Control; IEEE Trans., AC-37, No.7, 986/991 (1992)
- [19] P. Albertos and J. Pico: Iterative Controller Design by Frequency Scale Experimental Decomposition; Proc. of 32nd CDC, 2828/2832 (1993)
- [20] I.D. Landan and F. Rolland: An Approach for Closed - loop System Identification; Proc. of 33rd CDC, 4164/4169 (1994)
- [21] W.S. Lee, B.D.O. Anderson, R.L. Kosut and I.M.Y. Mareels: On Adaptive Robust Control and Control - Relevant System Identification; Proc. of ACC, 2834/2841 (1992)
- [22] H. Hjalmarsson, S. Gunnarsson and M. Gevers: A Convergent Iterative Restricted Complexity Control Design Scheme; Proc. of 33rd CDC, 1735/1740 (1994)
- [23] L. Ljung: System Identification - Theory for the User; Prentice - Hall (1987)
- [24] M. Verhaegen and P. Dewilde: Subspace Model Identification Part.1 The Output - Error State - Space Model Identification Class of Algorithms; Int. J. Contr., Vol.56, No.5, 1187/1210 (1992)
- [25] M. Verhaegen and P. Dewilde: Subspace Model Identification Part.2 Analysis of the Elementary Output - Error State - Space Model Identification Algorithms; Int. J. Contr., Vol.56, No.5, 1211/1241 (1992)
- [26] M. Verhaegen: Subspace Model Identification Part.3 Analysis of the Ordinary Output - Error State - Space Model Identification Algorithms; Int. J. Contr., Vol.58, No.3, 555/586 (1993)

- [27] M.Moonen, B.De Moor, L.Vandenberghe and J.Vandenwalle: On - and Off - Line Identification of Linear State - Space Models; *Int. J. Contr.*, Vol.49, No.1, 219/232 (1989)
- [28] P.V.Onerschee and B.De Moor: N4SID : Subspace Algorithms for the Identification of Combined Deterministic - Stochastic Systems; *Automatica*, Vol.30, No.1, 75/93 (1994)
- [29] B.L.Ho and R.E.Kalman: Efficient Construction of Linear State Variable Models from Input/Output Function; *Regelungstechnik*, 14, 545/548 (1966)
- [30] B.De Moor and P.V.Onerschee: Numerical Algorithms for Subspace State Space System Identification; *Trends in Control, An European Perspective* (A.Isidori Eds.), Springer, 385/422 (1995)
- [31] M.Viberg: Subspace - based Methods for the Identification of Linear Time - invariant System; *Automatica*, Vol.31, No.12, 1835/1851 (1995)
- [32] M.Verhaegen: Identification of the Deterministic Part of MIMO State Space Models given in Innovations Form from Input - Output Data; *Automatica*, Vol.30, No.1, 61/74 (1994)
- [33] X.Yu and M.Verhaegen: An Algorithm of Subspace Model Identification for Descriptor Systems; *Proc. of 3rd ECC*, 417/422 (1995)
- [34] M.Verhaegen: Application of a Subspace Model Identification Technique to Identify LTI System Operating in Closed - Loop; *Automatica*, Vol.29, No.4, 1027/1040 (1993)
- [35] P.V.Overschee and B.De Moor: Subspace Algorithms for the Stochastic Identification Problem; *Automatica*, Vol.29, No.3, 649/660 (1993)
- [36] P.V.Overschee and B.De Moor: Choice of State - Space Basis in Combined Deterministic - Stochastic Subspace Identification; *Automatica*, Vol.31, No.12, 1877/1883 (1995)
- [37] D.D.Ruscio: A Method for Identification of Combined Deterministic Stochastic Systems; *Proc. of 3rd ECC*, 429/434 (1995)
- [38] A.Ohsumi and S.Takashima: Subspace - based Identification of Stochastic Systems Using Innovation Model; 第 25 回制御理論シンポジウム資料, 501/506 (1996)
- [39] B.Wahlberg and M.Jansson: 4SID Linear Regression; *Proc. of 33rd CDC*, 2858/2863 (1994)
- [40] M.Jansson and B.Wahlberg: On Weighting in State - Space Subspace System Identification; *Proc. of 3rd ECC*, 435/440 (1995)

- [41] P.V.Overschee and B.De Moor: A Unifying Theorem for Three Subspace System Identification Algorithms; Automatica, Vol.31, No.12, 1853/1864 (1995)
- [42] 石井, 今井, 和田: q - Markov Cover と 4SID 法について; 第 25 回制御理論シンポジウム資料, 1/4 (1996)
- [43] T.McKelvey and H.Akçay: Sustem Identification with Periodic Excitation Signals : A Subspace Based Algorithm; Proc. of 3rd ECC, 423/428 (1995)
- [44] 小川, 永田, 足立: 状態空間モデル同定法"4SID 法"の高精度化について; 第 24 回制御理論シンポジウム資料, 387/390 (1995)
- [45] 山本, 片山: LQ 分解に基づくデルタオペレータ状態空間モデルの部分空間同定法; 第 40 回システム制御情報学会研究発表講演会論文集, 327/328 (1996)
- [46] 吉川, 井村: 現代制御論; 昭晃堂 (1994)
- [47] 杉江, 岡田: 並列倒立振子システムの H_∞ 制御; システム制御情報学会論文誌, Vol.6, No.12, 543/551 (1993)
- [48] 前田, 杉江: アドバンスト制御のためのシステム制御理論; 朝倉書店 (1990)
- [49] 相良, 秋月, 中溝, 片山: システム同定; 計測自動制御学会 (1981)
- [50] K.Glover and J.C.Doyle: A State Space Approach to H_∞ Optimal Control; Three Decades of Mathmatical System Theory (H.Nijmeijer and M.Schumacher Eds.), Springer - Verlag, 179/218 (1989)
- [51] B.D.O.Anderson and Y.Liu: Controller Reduction Consepts and Approaches; IEEE Trans., AC-34, No.8, 802/812 (1989)
- [52] D.F.Enns: Model Reduction with Balanced Realization : An Error Bound and Frequency Weighted Genealization; Proc. of 23rd CDC, 127/132 (1984)
- [53] M.Vidyasagar: Control System Synthesis : A Factorization Approach; MIT Press (1985)
- [54] J.C.Doyle, B.A.Francis and A.R.Tannenbaum: Feedback Control Theory; McMillan Publishing Com. (1992)
- [55] T.Kailath: Linear Systems; Printice - Hall (1980)
- [56] D.C.McFarlane and K.Glover: Robust Controller Design Using Normalized Coprime Factor Plant Description; Lecture Notes in Control and Information Sciences, No.138, Springer - Verlag (1990)

- [57] B.C.Moore: Principal Component Analysis in Linear Systems : Controllability, Observability and Model Reduction; IEEE Trans., AC-37, No.1, 17/32 (1981)
- [58] K.Glover: All Optimal Hankel - Norm Approximations of Linear Multivariable Systems and Their L_∞ - error Bounds; Int. J. Contr., Vol.39, No.6, 1115/1193 (1984)
- [59] K.Zhou: Weighted Optimal Hankel Norm Model Reduction; Proc. of 32nd CDC, 3353/3354 (1993)
- [60] Y.Liu and B.D.O.Anderson: Controller Reduction via Stable Factorization and Balancing; Int. J. Contr., Vol.44, No.2, 507/531 (1986)
- [61] D.G.Mayer: A Fractional Approach to Model Reduction; Proc. of ACC, 1041/1047 (1988)

研究発表

発表論文

1. 杉江 俊治, 岡田 昌史 : 並列倒立振子システムの H_∞ 制御; システム制御情報学会論文誌, Vol.6, No.12, 543/551 (1993)
2. 杉江 俊治, 岡田 昌史 : 実験結果との対話的手法によるロバスト補償器の設計法; システム制御情報学会論文誌, Vol.8, No.2, 61/69 (1995)
3. 杉江 俊治, 岡田 昌史 : 閉ループ同定を利用した補償器の繰返し設計法; 計測自動制御学会論文誌, Vol.32, No.3, 313/319 (1996)
4. Toshiharu Sugie and Masafumi Okada : Iterative Controller Design Method based on Closed-Loop Identification; Proc. of 3rd ECC, Vol.2, 1243/1248 (1995)
5. 岡田 昌史, 杉江 俊治 : 予測誤差法に基づく閉ループ同定と 2 自由度補償器の結合化設計; 計測自動制御学会論文誌, Vol.32, No.1, 55/61 (1996)
6. 岡田 昌史, 福島 宏明, 杉江 俊治 : 実験データに基づく最適レギュレータの設計法; システム制御情報学会論文誌, Vol.9, No.6, 269/273 (1996)
7. 岡田 昌史, 杉江 俊治 : 実験データに基づいた部分空間法による補償器の低次元化; システム制御情報学会論文誌, Vol.9, No.9 (1996) 掲載予定
8. 岡田 昌史, 山上 誠, 杉江 俊治 : 雑音と入力の無相関性を利用した部分空間同定法; システム制御情報学会, Vol.p, No.10 (1996) 掲載予定
9. Masafumi Okada and Toshiharu Sugie: Subspace System Identification considering both noise attenuation and use of prior knowledge; Proc. of CDC96, (1996) to appear
10. Masafumi Okada and Toshiharu Sugie: Subspace Controller Reduction based on Experimental Data; Proc. of CDC96, (1996) to appear

口頭発表 (※登壇者)

1. 杉江俊治, ※岡田 昌史: 並列倒立振子の設計と制御; システム制御情報学会 第 36 回システム制御情報学会研究発表講演会 (1992)
2. 杉江俊治, ※岡田 昌史: 並列倒立振子システムの H_∞ 制御; 日本機械学会 第 3 回シンポジウム「運動と振動の制御」 (1993)
3. ※岡田 昌史, 杉江 俊治: 実験結果との対話的手法によるロバスト補償器の設計法; 計測自動制御学会 第 23 回制御理論シンポジウム (1994)
4. ※岡田 昌史, 杉江 俊治: 閉ループ同定を利用した補償器の繰り返し設計法; 計測自動制御学会 第 17 回 Dynamical System Theory シンポジウム (1994)
5. ※福島 宏明, 岡田 昌史, 杉江 俊治: 実験データに基づく最適レギュレータの設計法; システム制御情報学会 第 39 回システム制御情報学会研究発表講演会 (1995)
6. ※岡田 昌史, 杉江 俊治: 2 自由度補償器と閉ループ同定の結合設計; 計測自動制御学会 第 24 回制御理論シンポジウム (1995)
7. ※岡田 昌史, 杉江 俊治: 実験結果に基づく補償器の低次元化; 計測自動制御学会 第 18 回 Dynamical System Theory シンポジウム (1995)
8. ※岡田 昌史, 杉江 俊治: 予測誤差法に基づく閉ループ同定と 2 自由度補償器の結合化設計; 計測自動制御学会 第 18 回 Dynamical System Theory シンポジウム (1995)
9. ※福島 宏明, 岡田 昌史, 杉江 俊治: 公称モデルを用いた部分空間同定法; システム制御情報学会 第 40 回システム制御情報学会研究発表講演会 (1996)
10. ※山上 誠, 岡田 昌史, 杉江 俊治: 雑音の無相関性を利用した部分空間同定法; システム制御情報学会 第 40 回システム制御情報学会研究発表講演会 (1996)
11. ※岡田 昌史, 杉江 俊治: 部分空間同定法と補償器の統合化設計; 計測自動制御学会 第 25 回制御理論シンポジウム (1996)
12. ※岡田 昌史, 杉江 俊治: 部分空間同定法における最適性に関する一考察; 第 39 回自動制御連合講演会 (1996) 発表予定
13. 岡田 昌史, ※杉江 俊治: 既知の情報を構造的に取り入れた部分空間同定法; 第 39 回自動制御連合講演会 (1996) 発表予定

謝辞

この研究を進めていく上で終始懇切丁寧な御指導，多大なる御助言をいただき，多くの有益な議論をしていただいた京都大学工学研究科の杉江俊治先生に心から深い感謝の意を表します。

有益な御助言をいただいた，京都大学工学研究科の足立紀彦先生，片山徹先生に深い感謝の意を表します。

数多くの議論をしていただき，有益な御助言をいただいた，宇都宮大学の足立修一先生に深い感謝の意を表します。

貴重な討論をしていただき，数々の貴重な意見を述べていただいた京都大学工学研究科応用システム科学教室杉江研究室の学生各位，特にこの研究にご助力いただいた福島宏明氏，山上誠氏に感謝の意を表します。